

Communication  
de Monsieur le Professeur Robert Mainard



Séance du 21 octobre 2001



LE MOUVEMENT BOURBAKI

Bourbaki à Nancy

Au cours de sa longue existence, **Bourbaki** s'est toujours complu à entretenir un certain mystère, tant en ce qui concerne l'identité de ses membres que les divers aspects de son fonctionnement interne. Il est néanmoins possible, grâce aux travaux des historiens des sciences et par les confidences, plus ou moins provoquées, de quelques uns de ses membres, notamment parmi les plus anciens et les plus prestigieux, de situer ses origines de façon assez précise et de suivre, sans trop de difficultés, le déroulement de sa riche histoire.

Il semble bien que tout ait commencé avec **Henri Cartan**, qui enseignait, en 1934, les mathématiques à l'Université de Strasbourg où il avait la charge pédagogique du certificat d'Etudes Supérieures de Calcul Différentiel et Intégral. Cartan, enseignant particulièrement consciencieux, s'interrogeait, en effet, de façon récurrente, sur la manière de dispenser convenablement son enseignement. Comme tous les normaliens de l'époque, il avait suivi le cours d'analyse de **Goursat**, inchangé depuis 1902, qui ne faisait donc nullement état des acquisitions les plus récentes des mathématiques et sur lequel il ne pouvait s'appuyer. Par ailleurs les ouvrages contemporains n'étaient guère satisfaisants, notamment en ce qui concernait certains chapitres comme les intégrales multiples ou encore le théorème de Stokes. Henri Cartan faisait souvent part de ses soucis à son collègue et ami **André Weil**, enseignant dans la même université et, comme lui, ancien normalien. Celui-ci a rapporté ces entre-

tiens dans ses «**Souvenirs d'apprentissage**» où il raconte comment il avait proposé à Cartan de rédiger un traité qui permettrait de résoudre le problème évoqué, sinon définitivement, au moins pour 25 ans.

**«Un jour d'hiver, raconte-t-il, vers la fin de 1934, je crus avoir une idée lumineuse pour mettre fin aux interrogations persistantes de mon camarade. Nous sommes 5 ou 6 amis lui dis-je, à peu près chargés de ce même enseignement dans des universités variées. Réunissons-nous, réglons tout cela une fois pour toutes, après quoi je serai délivré de tes questions. J'ignorais que Bourbaki était né à cet instant».**

Effectivement cette conversation, qui pouvait paraître quelque peu anodine, signalait l'acte de naissance de ce qui allait sans doute constituer l'une des plus grandes aventures intellectuelles du vingtième siècle.



## Les mathématiques, en France, dans les années trente

Pour bien comprendre l'émergence du groupe Bourbaki, son évolution et le succès de sa démarche il est intéressant de décrire succinctement quelle était la situation des mathématiques en France à cette époque. Nous avons indiqué que la première motivation de Weil et de Cartan avait été de rédiger un traité d'analyse pour remplacer des ouvrages périmés, les étudiants ne disposant pas, à cette époque, de livres modernes et adaptés. Toutefois le mal était plus profond : les mathématiques françaises étaient alors coupées des recherches de pointe qui se faisaient ailleurs, dans d'autres pays, comme en Allemagne, par exemple dans le domaine de l'algèbre. Ceci explique, en grande partie, l'évolution ultérieure du projet Bourbaki, que nous aurons l'occasion d'analyser.

Il faut rappeler que la fin du dix-neuvième siècle et le début du vingtième ont été dominés, au plan des mathématiques, par deux savants exceptionnels : le français Henri Poincaré (1854-1912) et l'allemand David Hilbert (1862-1943). Ils furent sans doute les derniers mathématiciens capables d'embrasser, globalement, l'ensemble des sciences mathématiques.

Pour sa part Poincaré se livra longtemps à des travaux d'analyse classique, avant d'aborder l'étude des systèmes d'équations différentielles. Il fut, par ailleurs, le précurseur des théories modernes sur le «chaos», contribua largement à l'émergence de la topologie et fit encore des travaux de mécanique céleste et de mécanique relativiste.

Les travaux de Hilbert portaient plutôt sur la «théorie des invariants», la théorie des nombres algébriques, l'axiomatisation de la géométrie et les espaces vectoriels. Il avait aussi inventé la métamathématique et fait de nombreux travaux de physique théorique.

La prééminence de Poincaré et de Hilbert symbolisaient, en quelque sorte, celles des écoles mathématiques française et allemande en Europe et sans doute dans le monde. En 1900 les mathématiques françaises étaient particulièrement brillantes avec Emile Picard, Jacques Hadamard, Emile Borel, René Baire et Henri Lebesgue, dont les travaux portaient tre mondial des mathématiques et, dans une ambiance particulièrement propice, naquit et se développa une prestigieuse équipe d'algèbre abstraite et moderne où s'épanouirent les talents d'Emil Artin, d'Emmy Noether et du hollandais Van Der Waerden. L'âge d'or des mathématiques allemandes persista jusqu'en 1933, mais celui des mathématiques françaises s'acheva beaucoup plus tôt, lors de la première guerre mondiale et de la période qui suivit.

La saignée démographique inhérente à la guerre de 1914-1918 est la raison principale de ce déclin comme l'explique, d'ailleurs fort bien, le Bourbaki André Weil dans ses «souvenirs d'apprentissage». Il y rappelle que la moitié des mathématiciens normaliens des promotions de 1910 à 1914 sont morts dans cette guerre et que le quart des promotions de 1900 à 1918 ont subi le même sort. Il est probable d'ailleurs que les autres établissements français d'Enseignement Supérieur furent affectés dans des proportions semblables. Dieudonné, autre Bourbaki, en décrivait les conséquences, dans un de ses premiers articles : **«Ce sont les jeunes mathématiciens tués à la guerre qui auraient dû continuer les travaux de Poincaré ou de Picard»**. Dieudonné soulignait encore les inconvénients qu'a constitué pour sa génération le fait d'avoir des professeurs trop âgés pour être au courant de l'évolution moderne des mathématiques. «C'est la fondation du groupe Bourbaki, ajoute-t-il, qui a permis de renouer avec une tradition qui était en train de disparaître».

Toutefois ces pertes humaines, aussi douloureuses fussent-elles, n'expliquent pas tout, car l'Allemagne aussi a subi des pertes, certes relativement moins importantes, mais sans connaître le même déclin scientifique. Après avoir analysé la situation de la science française, à cette époque, l'historien des sciences L. Beaulieu, accuse, dans un de ses ouvrages, la très grande rigidité des institutions scientifiques françaises, par ailleurs trop centralisées, l'absence de moyens financiers substantiels pour la recherche après guerre et l'accaparement des crédits et des emplois de collaborateurs par ceux que Weil appela les «pontifes» qui sont **«étrangers aux grands problèmes, aux idées vivantes de la science de leur époque»**.

Les générations normaliennes des années vingt, arrivant à l'école, y découvrirent un enseignement suranné, tournant essentiellement, selon le langage Bourbaki, autour de «la théorie des fonctions de papa». Comme l'a écrit plus tard Weil, ils étaient à peu près sans maîtres, Poincaré étant décédé en 1912 et Elie Cartan, bien qu'étant fort estimé pour ses travaux, demeurant assez isolé. Les jeunes normaliens étaient donc contraints de travailler beaucoup entre eux, chacun faisant profiter les autres de ses propres lectures : «nous apprenions beaucoup plus les uns des autres que des cours auxquels nous assistions - ou n'assistions pas» assurait Weil dans un de ses derniers articles.

Cependant dans ce désert pédagogique un homme réussit, néanmoins, à apporter à ces débutants une certaine fraîcheur mathématique : Hadamard dont l'activité de recherche tournait essentiellement autour de l'analyse, mais qui faisait montre d'une grande ouverture d'esprit et possédait une vaste culture scientifique. **«C'est Hadamard qui a fait de moi un mathématicien. Il était très large d'idées, s'intéressait à tout, y compris à la théorie des nombres, qui n'était pas du tout enseignée à cette époque»** écrivait encore Weil.

Devant une telle situation ces jeunes mathématicien s'évertuèrent à aller chercher ailleurs, à l'étranger, ce qu'ils ne trouvaient pas en France. La plupart d'entre eux trouvèrent des équipes d'accueil en Europe, d'abord en Allemagne, où l'école algébrique par sa vitalité constituait un indiscutable pôle d'attraction, mais aussi en Italie ou en Suisse, d'autres, enfin, étant plutôt attirés par les grandes universités américaines. Nous aurons l'occasion d'examiner, d'ailleurs, le parcours personnel des principaux fondateurs du Groupe Bourbaki.

L'influence de l'école allemande d'algèbre fut considérable, en particulier à travers le livre de Van der Waerden, **«Modern algebra»**, dont Dieu-donné vanta les mérites exceptionnels dans un article. Le style de cet auteur contrastait fortement avec celui des ouvrages français disponibles à l'époque, qui étaient confus, manquaient de rigueur et ne faisaient pas état des développements les plus récents de la recherche mathématique.

L'équipe qui entreprit la rédaction d'un traité moderne d'analyse fera, ultérieurement, évoluer son projet de façon notable. Ses membres étaient pour la plupart professeurs dans des universités de province et, bien qu'ils fussent jeunes, étaient néanmoins des mathématiciens déjà confirmés, aux mérites reconnus. Ils n'avaient guère manifesté de considération pour leurs anciens professeurs de l'École Normale, dont ils étaient séparés par toute une génération, et cela d'autant plus, qu'ils avaient rencontré, à l'étranger, d'éminents chercheurs à l'avant-garde de la science vivante dans leur discipline.

Tous ces jeunes mathématiciens possédaient donc le talent et la capacité nécessaires, non seulement pour aborder la rédaction d'un traité d'analyse, tâche somme toute modeste qu'ils s'étaient assignée au départ, mais pour envisager, un peu plus tard, comme cela sera exposé, une oeuvre bien plus considérable : la remise à niveau de toutes les mathématiques françaises.



## La naissance de Bourbaki

### Les fondateurs

Les cinq principaux membres fondateurs de Bourbaki : **Henri Cartan**, **Claude Chevalley**, **Jean Delsarte**, **Jean Dieudonné** et **André Weil**, sont tous entrés à l'Ecole Normale Supérieure au cours des années vingt. Il est bon de s'attarder quelque peu sur la personnalité de ces cinq éminents mathématiciens dont l'influence fut déterminante, afin de mieux cerner l'idée directrice du groupe au départ, et mieux saisir les raisons de son évolution ultérieure.

Henri Cartan est né en 1904 à Nancy, où enseignait son père Elie Cartan, lequel fût nommé à la Sorbonne en 1909. Henri entra à l'Ecole Normale en 1923, et en sortit en 1926. Il put alors préparer une thèse, grâce à l'octroi d'une bourse, et la termina rapidement en deux ans. Il enseigna ensuite, successivement, à Caen, Strasbourg et Lille avant de se fixer à Strasbourg où il épousa Nicole Weiss, la fille du célèbre physicien Pierre Weiss. Replié à Clermont-Ferrand en 1939, il rejoignit la Sorbonne en 1940, mais effectua son service d'enseignement principal à l'Ecole Normale où il procéda, en douceur, à la rénovation de l'enseignement des mathématiques. Il revint de 1945 à 1947 à Strasbourg, pour satisfaire à des engagements qu'il avait pris antérieurement, puis retourna à Paris où finalement, il sera nommé, en 1959 sur une chaire de la nouvelle Faculté des Sciences d'Orsay, chaire qu'il occupera jusqu'en 1975, date de sa retraite. Ses travaux ont porté essentiellement sur les fonctions de plusieurs variables complexes. Il a notamment introduit la notion de faisceaux, en géométrie des espaces analytiques, et la notion de filtre, en topologie. Il s'est aussi intéressé à la théorie dite du potentiel. Le prix Wolf de Mathématiques lui a été attribué en 1980.

Très actif et très productif malgré ses nombreuses tâches tant administratives que pédagogiques, il fut aussi très novateur et était considéré, par certains de ses proches, comme «**l'illustration la plus frappante, presque l'incarnation de Bourbaki**».

Il a aussi beaucoup œuvré pour la solidarité entre les peuples d'Europe et milité au sein de l'Association Européenne des Enseignants, dont il présidait de la section française. Il organisa, en 1960, une première réunion de mathématiciens de huit pays européens en vue d'étudier les moyens d'harmoniser l'enseignement des mathématiques et de faciliter les échanges d'étudiants.

**Claude Chevalley** est né en Afrique de Sud, en 1909, où son père était Consul Général de France. Il entra à l'École Normale en 1926 où il y rencontra deux condisciples qui eurent, sur lui, une profonde influence. Ce fut d'abord Herbrand, jeune homme très doué, fortement intéressé par la logique mathématique, mort prématurément en 1931 et ensuite André Weil, qui à cette époque, revenait d'Italie et d'Allemagne. Ce dernier l'initia aux aspects modernes de la théorie de nombres algébriques, qui devait devenir ultérieurement, l'un de ses principaux centres d'intérêt. En 1929 il obtint une bourse, accomplit son service militaire puis devint, de 1931 à 1936, boursier de la Caisse Nationale des Sciences, ancêtre du CNRS. Brillant esprit il se consacra alors, bien sûr aux mathématiques, mais aussi à la philosophie et à la critique sociale et politique. Il effectua un séjour en Allemagne, d'abord à Hambourg, où il achèva sa thèse sous la tutelle d'Emil Artin, puis enfin à Marburg. Il épousa en 1933 sa cousine germaine Jacqueline.

De 1936 à 1938 Chevalley enseigna successivement à Strasbourg puis à Rennes. En 1938 il partit passer un an à Princeton, à l'invitation de « l'Institute for advanced study ». Pendant la seconde guerre mondiale il accepta un poste à l'Université de Princeton, puis il revint un an à Paris, en 1948, grâce à une bourse Gunggenheim, avant de regagner, de nouveau, l'Amérique à l'Université Columbia de New-York. Entre temps, en 1948, il avait divorcé et s'était remarié. Il revint en France en 1955, où il fut nommé à la Sorbonne malgré de nombreuses oppositions. Il prit sa retraite en 1978 et décéda en 1984.

Les recherches de Chevalley concernèrent, notamment, la théorie des nombres algébriques et plus particulièrement la théorie dite « du corps de classes », la géométrie algébrique et la théorie des groupes. Sa contribution au développement des mathématiques a été d'autant plus importante qu'il a aussi rédigé, personnellement, des ouvrages de grande qualité qui sont devenus des classiques.

La philosophie a constitué un autre centre d'intérêt de Claude Chevalley qui a fortement subi l'influence d'Herbrand, mais l'épistémologie l'attirait également. Il associait « **la rigueur mathématique à une expérience très personnelle de l'angoisse et de la liberté** » dira, de lui, sa fille, née de son second mariage et actuellement professeur de

philosophie à l'université de Tours. Elle explique que, pour son père, la création mathématique ne se concevait que dégagée de toute contingence extérieure, elle ne pouvant ni ne devant se soumettre aux exigences du monde réel (par exemple celui du physicien) ou à la tentation de trouver une structure cachée dans le monde. **Autrement dit, il faut s'affranchir du réel et de ne faire que des mathématiques pures.** On voit à quel point ces idées ont pu influencer le mouvement Bourbaki.

Par ailleurs Chevalley, avec ses amis Arnaud Dandieu et Raymond Aron, était membre influent d'«Ordre Nouveau», mouvement à tendance anarchique et européenne, qui prônait tout à la fois la primauté de la personne humaine, la démocratie directe et une économie anti-productiviste. Ce groupe disparut en 1938 et Chevalley pu alors se concentrer davantage sur les mathématiques. Toutefois dans les années soixante il militait encore dans un mouvement écologiste en compagnie de ses collègues Bourbakis : Godement et Grothendieck. Il fut sans doute le plus individualiste et le plus critique des fondateurs de Bourbaki, quant à l'œuvre même de ce dernier.

**Jean Delsarte** est né en 1903 à Fourmies, dans le Nord, où son père était directeur d'usine dans l'industrie textile. Une phrase d'André Weil le caractérise pleinement : «**Delsarte devait demeurer fidèle à sa foi religieuse, qui s'alliait en lui à une rare ouverture d'esprit, et l'on est en droit de dire qu'elle tint une place importante dans son système de pensée et son comportement.**» Il entra à l'École Normale en 1922, fut agrégé en 1925 puis entra à la pension Thiers à Paris où il rédigea sa thèse en un an.

En 1927 il fut nommé Chargé de Cours à Nancy où il fit toute sa carrière. Il s'y maria en 1929 avec une amie d'enfance. Comme nous le verrons en détail, le nom et la carrière de Delsarte sont indissociables de l'histoire nancéienne du Bourbakisme. Delsarte déploya toute son énergie pour faire de Nancy un haut lieu des Mathématiques. Au début des années trente de bonnes relations s'établirent entre Nancy et Strasbourg où enseignaient ses amis Cartan et Weil, relations qui aboutirent à la constitution d'une branche de l'Est de la Société Mathématique de France. En jouant de son influence, Delsarte obtint la nomination à Nancy de mathématiciens prestigieux qui contribuèrent largement à l'œuvre du groupe. Toujours d'après André Weil : «**A partir de 1934 Delsarte joue une rôle de premier plan dans la formation de l'équipe des collaborateurs de Bourbaki.**»

Mobilisé pendant la guerre de 39-40, Delsarte y eut une conduite exemplaire. Démobilisé il enseigna un an à Grenoble avant de revenir clandestinement à Nancy où il reprit, de suite, son enseignement et ses

travaux de recherche. Ces derniers portèrent, principalement, sur le développement des fonctions en séries, mais aussi sur la théorie des nombres et la physique mathématique. C'était un véritable virtuose du calcul, disaient de lui ses collègues.

Parallèlement, dès 1942, il constitua un groupe de réflexion sur la réforme des études scientifiques puis après la guerre il participa aux travaux de la commission Langevin-Wallon, épisode de sa vie qui le laissa, d'ailleurs, fort déçu.

A partir de 1947, Delsarte fit de nombreux mais brefs séjours dans des universités étrangères telles que Princeton, Sao-Paulo, Mexico, Bombay, sans abandonner Nancy pour autant, dont il continua à faire un centre renommé de mathématiques. Mais cet éclat nancéien sera malheureusement provisoire, l'attraction de la capitale venant, dans ce secteur comme dans bien d'autres, annihiler tous les efforts déployés en province. En 1962 Delsarte partit diriger la maison Franco-Japonaise de Tokyo et revint à Nancy en 1965. De santé fragile il fut terriblement affecté par les événements de 1968 **«auxquels il ne devait pas résister, Delsarte était un notable, le «Doyen Delsarte», il avait l'habitude de la déférence»** écrivit Weil, Qu'il fallût de toute nécessité instaurer le chaos, afin d'en faire sortir (peut-être) une société et par voie de conséquence une université nouvelles, cela dépassait l'entendement de Delsarte. Très certainement fragilisé, il meurt d'un infarctus en Novembre 1968.

**Jean Dieudonné** est né à Lille en 1906 d'un père industriel dans le textile et d'une mère institutrice. C'est au cours d'un séjour à l'île de Wight, où son père l'avait envoyé pour apprendre l'anglais, que le jeune Dieudonné se découvrit une vocation pour les mathématiques. Après des études secondaires brillantes il entra à l'Ecole Normale, en 1924, et fut reçu, en 1927, premier au concours d'Agrégation dont il impressionna fortement le Jury. Après son service militaire, il obtint une bourse qui lui permit de séjourner un an à Princeton. Il revint à l'Ecole Normale, pour l'année scolaire 1929-1930, en tant qu'agrégé-préparateur. Grâce à une bourse Rockefeller il put faire, ensuite, deux courts séjours scientifiques, l'un à Berlin chez Ludwig Bieberbach, l'autre à Zurich chez György Polyal. Il passa, en 1931, une thèse intitulée **«Recherche sur quelques problèmes relatifs aux polynômes et aux fonctions bornées d'une variable complexe»**.

D'abord chargé de cours à Bordeaux il fut ensuite nommé, en 1933, à la Faculté des Sciences de Rennes où il resta jusqu'en 1937. Il se maria, en 1934, année de la fondation de Bourbaki. En 1937 il fut nommé maître de Conférences puis professeur à la Faculté des Sciences de Nancy. Il alla, ensuite, passer deux ans, de 1946 à 1948, à l'Université

de Sao-Paulo, puis séjourna aux USA, jusqu'en 1959. Il revint en France à l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques de Gif-sur-Yvette qu'il quitta en 1964. A cette date il partit comme professeur à Nice où il devint, ultérieurement, Doyen de la Faculté des Sciences. Il se retira à Paris en 1970 et s'y consacra à l'histoire des mathématiques. Il mourut en 1992.

Les travaux de Dieudonné ont porté sur l'algèbre, les espaces vectoriels topologiques, la topologie, domaine qu'il a enrichi de la notion «**d'espace paracompact**», et les groupes de Lie. Jusqu'en 1956 il fut un élément déterminant du groupe Bourbaki par la richesse de sa personnalité volcanique, l'étendue de ses connaissances, et son énorme capacité de travail, en particulier en tant que rédacteur définitif des chapitres élaborés au sein du groupe. Auteur de nombreux articles dans lesquels il exprima la vision des mathématiques qui dominait chez Bourbaki, tout au moins à son époque, il rédigea aussi des traités didactiques ainsi que des ouvrages sur l'histoire des mathématiques. Il contribua, également, à la rédaction d'articles mathématiques de qualité pour l'**Encyclopaedia Universalis**. Enfin, il a écrit un livre destiné au grand public : «**Pour l'honneur de l'esprit humain : les mathématiques aujourd'hui**», paru en 1987.

**André Weil** est né en 1906 en Alsace où son père était médecin. Il fut aussi le frère de la philosophe engagée **Simone Weil**. Sa scolarité primaire et secondaire s'effectua, en grande partie, au moyen de leçons particulières, dispensées à domicile.

Cette pédagogie personnalisée lui permit d'être en première, au Lycée Saint-Louis, à douze ans et d'entrer à l'Ecole Normale à 16 ans, en 1922. Agrégé en 1925, il voyagea ensuite beaucoup, grâce à diverses bourses, allant successivement à Rome, chez Vito Volterra puis à Göttingen, Berlin et Francfort, où il rencontra les mathématiciens éminents que furent **Richard Courant**, **Emmy Noether** et **Max Dehn**. Entretemps, il avait séjourné, à Stockolm, chez **Gösta Mittag-Leffler**.

Revenu en France, il prépara une thèse de doctorat intitulée «**L'arithmétique sur les courbes algébriques**», qu'il soutint en 1928 à 22 ans. Après son service militaire, il partit aux Indes, de 1930 à 1932 nommé dans une chaire de mathématique à l'Université musulmane d'Aligarh. A son retour, il obtint un poste de chargé de cours à Marseille puis rejoignit, en 1933, son ami Cartan à Strasbourg où il enseigna jusqu'en 1939. En 1937, il avait épousé Eveline, ex-femme de **René de Possel**, l'un des tout premiers Bourbakis.

André Weil avait décidé de désertir en cas de conflit en 1939, non en raison d'un manque de courage ou d'un certain pacifisme, mais plutôt

en application des préceptes d'une philosophie indoue dont il était féru et selon laquelle il appartient à chacun de déterminer du mieux qu'il peut son «**dharma**» (destin) lequel ne peut être qu'individuel. «**Le dharma de Gauguin a été la peinture. Le mien, tel que je le voyais en 1938, me semblait manifeste : c'était de faire des mathématiques tant que je m'en sentirais capable. Le péché eût été de m'en laisser détourner**» affirmait-il. Il est bien évident qu'une telle attitude, qu'il exposait ostensiblement, attira incompréhension et inimitié, en particulier de la part d'un collègue comme **Jean Leray** qui fût prisonnier de guerre et vit ses travaux fortement ralentis pendant toute la durée du conflit. Du coup Weil ne put jamais faire carrière en France et fut toujours écarté et de la Sorbonne et du Collège de France. Il ressentit très douloureusement cet exil, car il dut, par conséquent, rester à Chicago. «**Ma génération y perdit un maître**» écrivit Cartier, lui-même Bourbaki de 1955 à 1983.

En 1939, Weil fit un voyage en Europe du Nord, voyage à la fois professionnel et touristique qui l'amena, finalement, en Finlande. Là, à la suite d'un épisode rocambolesque, il fut considéré comme un espion russe et n'échappa au peloton d'exécution que grâce à l'intervention, in extremis, du mathématicien finlandais Rolf Nevanlinna. Expulsé, il finit par débarquer au Havre où, entre temps, la guerre étant survenue, il fut emprisonné en tant qu'insoumis. Transféré à la prison militaire de Rouen, il fut jugé en mai 1940, condamné à cinq ans de prison, mais évita de purger sa peine en s'incorporant dans l'armée dont il fut démobilisé en Octobre. En 1941, grâce à la fondation Rockefeller, il put gagner les USA où il vécut jusqu'en 1945, gagnant sa vie en enseignant dans divers établissements. De 1945 à 1947, il occupa une chaire à l'Université de Sao-Paulo, puis de 1947 à 1958, il obtint un poste à l'Université de Chicago qu'il quitta pour «**l'Institute of advanced Study**» de Princeton. Il prit sa retraite en 1976 et mourut à Princeton en 1998.

Ses travaux, qui sont considérables, ont porté surtout sur la théorie des nombres et la géométrie algébrique. Weil obtint le prix Wolf en 1979 et le prix Kyoto en 1994 qui sont deux distinctions prestigieuses.

**Il peut très certainement être considéré comme un des plus grands mathématiciens du vingtième siècle.** C'est ainsi, par exemple, qu'il démontra «**l'hypothèse de Riemann pour les courbes algébriques définies sur un corps fini**» et qu'il chercha à généraliser ce résultat aux équations polynomiales à nombre quelconque de variables. Ces travaux le conduisirent à formuler une série de conjectures, amenant nombre de développements en géométrie algébrique, lesquelles furent démontrées ultérieurement. Comme autre travail notable de Weil il faut citer la formulation de la conjecture dite de **Shimura-Tanyama-Weil**, laquelle a permis la

démonstration, en 1994, du célèbre théorème de **Fermat** par l'anglais **Andrew Wiles**. Par ailleurs André Weil fut un élément essentiel du groupe Bourbaki.

Esprit universel, d'une immense culture, il s'intéressa aussi à la littérature et aux langues. Il connaissait le grec, le latin, l'allemand, l'anglais et le sanskrit et cela dès l'âge de 15 ans. Il avait, paraît-il, un caractère difficile et détestait tout particulièrement les flatteurs. Il faisait preuve d'un redoutable esprit critique mais possédait un indiscutable sens de l'humour.



### Genèse du groupe

La création de Bourbaki a été entourée d'une fantaisie et d'un folklore qui doivent beaucoup à l'origine normalienne de ses membres. La même ambiance subsistera, au moins pendant un certain temps, lors du déroulement des activités du groupe. Ce que l'on peut considérer comme le noyau central de celui-ci était constitué, comme nous l'avons vu, des cinq mathématiciens précédents.

Il semble que la première réunion du groupe de ces cinq créateurs auxquels s'était joint René de Possel ait eu lieu au quartier latin, le 10 Décembre 1934, à l'occasion d'un séminaire de Mathématiques. L'objectif étant désormais fixé, puisqu'il s'agissait de rédiger un traité d'analyse destiné à la licence de mathématiques, il restait à préciser un certain nombre de points. Il fallait, en effet, et en tout premier lieu, définir le mode de fonctionnement du groupe et en particulier la manière dont la rédaction devrait s'effectuer au sein de celui-ci. Il était, aussi, nécessaire de prévoir la forme et la fréquence des réunions de ce groupe, de préciser le mode de recrutement des nouveaux membres, enfin et sans doute le plus important : de rédiger le plan et d'établir le programme de travail.

Il fut décidé que le travail inhérent à la rédaction de l'ouvrage serait effectué au cours de congrès. Le premier de ceux-ci eut lieu, au cours de l'été 1935, à Chançay, en Touraine dans la maison de campagne des Chevalley. Entre la première réunion du 10 décembre 1934 et ce premier congrès, une bonne dizaine de réunions, toutes tenues au quartier latin, comme la première, avaient permis de déblayer le terrain. La tradition des congrès s'est maintenue et perdure, semble-t-il, encore de nos jours, même s'il est permis de penser que l'ambiance initiale du groupe a sensiblement évolué. Ces multiples congrès se sont déroulés, ultérieurement, dans les lieux les plus divers.

Souhaitant laisser leur groupe très ouvert, les membres décidèrent, pour compléter leur effectif, de solliciter des mathématiciens jeunes et

de culture aussi généraliste que possible, compte tenu de l'objectif et de la forme de leur projet. Il est clair qu'au tout début la relative modestie de celui-ci ne leur permettait pas de prévoir qu'il y aurait des générations successives de Bourbakis. Au départ, ont donc été prévus trois congrès annuels, deux courts et l'autre d'une quinzaine de jours se déroulant, le plus souvent, à la campagne : «**On avait fait** une ou deux expériences dans des villes. Cela ne marchait pas du tout, sauf peut-être quand **nous nous sommes réunis à Nancy**» avait déclaré Dieudonné. Les membres du groupe voulaient, d'ailleurs, lors de ces réunions de travail, s'affranchir de toute contrainte, fût-elle familiale.



### Choix du nom

La fantaisie en même temps que le goût d'une certaine dérision se manifestèrent tout particulièrement dans le choix même du nom de Bourbaki. Pour en trouver l'explication il faut remonter en 1923 et rappeler le «**canular**» infligé, rituellement, aux «conscrits» qui sont les élèves de première année. Au cours de cette année, un élève de troisième année, un «cube» dans le langage normalien, Raoul Husson fit savoir, par voie d'affiche, qu'un certain professeur Holmgren viendrait donner une conférence à l'école et que l'assistance y était obligatoire pour tous les «conscrits». André Weil raconte, avec beaucoup d'humour, cette péripétie dans ses «**Souvenirs d'apprentissage**» : «**Il (Husson) se présenta aux conscrits, muni d'une fausse barbe et d'un accent indéfinissable, et leur fit un exposé qui montait, paraît-il, par degrés insensibles d'un peu de théorie des fonctions classiques, aux hauteurs les plus extravagantes, pour se terminer par un théorème de Bourbaki, dont l'auditoire resta pantois. C'est ainsi du moins que s'en est fixée la légende, qui ajoute que l'un des normaliens présents déclara avoir tout compris d'un bout à l'autre.**»

On peut se demander où Husson alla chercher ce nom qui est celui d'un général du second empire, fortement impliqué dans la guerre de 1870 et dans la défaite qui s'ensuivit. D'après Cartan il aurait fait appel à ses souvenirs des cours de préparation militaire.

Quoi qu'il en soit, à partir de cette époque, le fameux théorème de Bourbaki fit d partie du folklore de l'Ecole Normale Supérieure et c'est la raison pour laquelle le nom de Bourbaki fut retenu par le groupe. Celui-ci signa d'abord N. Bourbaki. Pourquoi le N ? Tout simplement parce que les jeunes Bourbakis, que le respect des institutions n'étouffait pas, avaient pris cette initiale par analogie avec ce N qui dans toutes les établissements français d'enseignement supérieur, est accolé sur les affi-

ches près de l'intitulé d'un cours, dont le titulaire n'est pas encore connu. Ultérieurement comme le groupe souhaitait publier une note, intitulée : **«Sur un théorème de carathéodory et les mesures dans les espaces topologiques»**, donnant les résultats de ses premiers travaux, aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, il fallut bien fournir un état-civil crédible et complet de l'auteur déclaré. Le prénom de Nicolas fut proposé, prétend Weil, par sa propre épouse Evelyne.

Le même Weil rédigea une lettre d'accompagnement à Elie Cartan, sollicité pour présenter la note à ses collègues de l'Académie, lettre dans laquelle il présentait Nicolas Bourbaki comme un ancien professeur de l'université de Besse-en-Poldévie, ruiné et exilé à la suite de troubles survenus dans son pays et qui subsistait en donnant des cours de belotte, dans un café où lui-même Weil l'avait rencontré. **«Il fait profession de ne plus s'occuper de Mathématiques, mais à bien voulu s'entretenir avec moi de quelques questions importantes, et même me laisser jeter un coup d'œil sur une partie de ses papiers : et j'ai réussi à le persuader de publier pour commencer la note ci-jointe, qui contient un résultat fort utile pour la théorie moderne de l'intégration»**. Elie Cartan, qui n'était pas dupe, mais fort bienveillant envers les jeunes Bourbakis, réussit à faire passer la note sans trop de problèmes.

Il convient, au sujet du choix de ce nom, de rapporter une anecdote assez savoureuse. Après la guerre, alors que le monde entier connaissait Bourbaki, un beau matin de 1947, Henri Cartan reçut un appel téléphonique d'un certain Nicolas Bourbaki. Cartan a d'abord cru à une plaisanterie, mais, renseignements pris, il s'agissait en fait d'un certain Nicoladès Bourbaki, diplomate grec en détachement auprès de l'armée américaine en Allemagne, membre d'une vieille famille crétoise, dont descendait, sans doute le fameux général du second empire. Il était venu à Paris pour faire connaissance avec son homonyme célèbre. C'était vraiment merveilleux pour des amateurs de «canulars» comme l'étaient les membres du groupe. Aussi le diplomate fut-il invité, avec tous les honneurs dus à son rang, au congrès du groupe qui se tenait quelques jours plus tard à Nancy. **«Il était ravi et a même fini par nous offrir le champagne»** rapporta Henri Cartan.

Il faut ajouter, qu'encouragés, quoique un peu surpris, par la célébrité du mathématicien fictif qu'ils avaient créé ainsi de toutes pièces, les membres du groupe cultivèrent, avec soin et malice, la légende qui prit corps autour de lui, en s'abstenant bien de démentir les rumeurs les plus extravagantes qui pouvaient circuler à son encontre. Nicolas Bourbaki avait même ses cartes de visite et Henri Cartan d'ajouter : **«Nous l'avions paré du titre de membre de l'Académie Royale de Poldévie !»**

Le groupe a d'ailleurs publié une «notice sur la vie et l'œuvre de Nicolas Bourbaki», dans laquelle le pseudo-mathématicien est présenté comme un ancien élève de Hilbert et de Poincaré, ayant soutenu sa thèse à l'Université de Kharkov, et qui aurait accepté, par ailleurs, d'encadrer et de diriger les travaux de jeunes mathématiciens français. Néanmoins le groupe profite de cette pseudo-biographie, hautement fantaisiste, pour exposer sa vision des mathématiques, la philosophie de son entreprise et le but de ses travaux.



## Elaboration du projet

### Principes de Fonctionnement

Le groupe fonctionne, en gros, en observant trois grands principes qui sont :

- le secret et l'anonymat,
- l'unanimité et l'absence de hiérarchie,
- la limite d'âge et le mode de recrutement.

Nous avons vu son goût du secret intervenir lors de la première communication de Bourbaki aux comptes-rendus de l'Académie des Sciences, attitude qui, en l'occurrence, révèle aussi un penchant certain pour le «canular». Ce principe du secret et de l'anonymat, poussé très loin par le groupe, est quelque peu déconcertant chez des intellectuels, scientifiques ou non d'ailleurs, car il est assez contraire à leur attitude habituelle de grande ouverture.

Aussi bien dans les premiers temps du groupe que maintenant, lorsqu'un nouveau Bourbaki est recruté, il lui est interdit de faire état de son appartenance, même si très souvent celle-ci relève du secret de polichinelle, ce qui n'a pas manqué de créer parfois des situations quelque peu cocasses. Cette manie du secret constitue parfois un obstacle à la recherche d'informations par les historiens ou journalistes scientifiques, ne serait-ce qu'au secrétariat du groupe, à Paris, où cette attitude est strictement observée. La principale raison qui a conduit les membres fondateurs à édicter cette règle tenait vraisemblablement au caractère collectif qu'ils tenaient à conférer à leur œuvre. Le fait que la rédaction se fasse en commun avec l'obligatoire participation de tous, en particulier pour les discussions et les critiques, implique qu'aucun membre ne puisse se mettre en avant tant pour la notoriété scientifique que pour les éventuels avantages matériels. Laurent Schwartz et Jean Dieudonné ont, d'ailleurs, justifié cette position, en rappelant que l'activité de Bourbaki ne concer-

nait pas les travaux scientifiques personnels de ses membres mais uniquement la rédaction collective d'un traité de mathématiques.

Il faut aussi convenir que cette attitude présentait l'avantage d'apporter au groupe une certaine tranquillité, en protégeant ses différents membres des influences extérieures lesquelles, tout au moins au début de leur aventure commune, pouvaient présenter un caractère d'hostilité plus ou moins affirmé.

Vis-à-vis de la communauté scientifique la discrétion, quant à la composition du groupe, a certainement conféré à son œuvre un surcroît de crédibilité, puisque le texte apparaissait alors comme le résultat d'un consensus, sans référence à d'éventuelles dissensions internes.

Enfin il est probable que l'observation du secret a dû contribuer, aussi, à resserrer les liens, à l'intérieur d'un groupe où évoluaient de fortes personnalités.

Toutefois, il convient de le noter, la règle de l'anonymat n'a pas toujours été appliquée de façon très stricte, notamment au début de la création de Bourbaki, puisqu'en 1937, une demande de subvention fut adressée au physicien Jean Perrin, alors sous-secrétaire d'état à la recherche scientifique, nommé par **Mandelbrojt, Delsarte, Cartan, Weil, Dieudonné et D<sup>e</sup> Possel**. Précisons que la subvention a, d'ailleurs, été accordée.

En ce qui concerne le second principe «Bourbachique», il est, à la fois, intransigeant et incontournable. Ainsi tous les projets de rédaction, examinés au niveau du groupe, doivent être, impérativement, approuvés à l'**unanimité**. On peut imaginer la grande difficulté à réaliser un tel consensus, quand on sait à quel point les séances de travail étaient mouvementées, dans les premiers temps du groupe, comme cela a été maintes fois rapporté. La violence des critiques émises par les uns, les démolitions des textes proposés par les autres, les insultes, fusant de toute part, mais heureusement oubliées aussitôt que proférées, au beau milieu du chahut, des plaisanteries, des moqueries et des rires, tout cela créait une ambiance bien particulière. Il est arrivé que certains textes soient revus jusqu'à dix fois au point que Pierre Samuel, membre très actif du groupe, à une époque, a avoué : «**Nous nous mettions parfois d'accord par lassitude**». Ce que confirma Jean-Pierre Serre : «**Il est arrivé, heureusement rarement, que l'un de nous s'oppose à telle ou telle rédaction. L'une de celles-ci resta bloquée pendant des années. Mais c'était une tradition que tout soit décidé à l'unanimité**».

Aucune décision concernant le groupe ne pouvant être prise en dehors de cette règle de l'unanimité, celle-ci a pesé et pèse encore

lourdement sur les relations des membres du groupe avec le monde extérieur.

De même l'égalité entre tous les membres est aussi un principe intangible, il ne doit pas exister de différence, par exemple, entre les anciens et les nouveaux. Tous jouissent des mêmes droits et des mêmes devoirs d'intervention au cours des séminaires. Cependant, comme toujours en pareille circonstance, au moins dans le groupe Bourbaki initial, d'aucuns étaient plus égaux que d'autres. Ainsi André Weil, par exemple, était moins la cible des plaisanteries que certains de ses collègues, son prestige étant considérable parmi les Bourbakis. De même Dieudonné, l'homme aux démissions successives, avait, apparemment, le statut particulier que lui conférait son rôle de rédacteur ultime des textes soumis à discussion, au cours des travaux du groupe.

Pratiquement dès sa création, Bourbaki a dû songer à s'adjoindre de nouveaux collaborateurs. Dans ce secteur aussi, il a montré de l'originalité, inventant la méthode dite des «cobayes» : **«Quand un membre de Bourbaki repère un jeune mathématicien, qui lui semble avoir le profil idoine, il l'invite à un congrès en tant que «cobaye».** Dieudonné a décrit la situation particulièrement difficile du malheureux «cobaye», introduit brutalement dans un milieu particulièrement perturbant, où certes fusent plaisanteries et quolibets, mais où les échanges et les débats sont du niveau mathématique le plus élevé. Il lui faut, impérativement, tout à la fois comprendre et participer, sinon il ne sera plus jamais invité. Cela suppose, de la part du postulant, un certain nombre de qualités mais, avant tout, une bonne culture générale en mathématiques, plutôt qu'une spécialisation trop étroite. Le tout premier «cobaye» fut Laurent Schwartz, futur médaille Fields. On ne peut pas dire que le choix du groupe n'ait pas été judicieux.

Les arrivées de nouveaux membres Bourbakis, doivent être compensées par le départ de membres plus anciens, compte tenu de la limitation de l'effectif, en gros, à douze personnes. Dans le passé quelques défections ont pu se produire à la suite de désaccords avec les orientations ou les méthodes imposées par le groupe comme ce fut le cas pour Dubreil et Leray, soit encore par suite d'une certaine lassitude comme pour Serre ou en raison de considérations plus personnelles comme pour D<sup>e</sup> Possel, mais, en réalité, ces quelques évènements présentent un caractère anecdotique.

En effet car la cause principale de départ du groupe Bourbaki est l'âge : les membres sont tenus de prendre leur «retraite» à cinquante ans. Cette règle fut proposée par Weil et adoptée, d'abord pour éviter un surnombre préjudiciable à un travail fructueux et ensuite pour amener,

par «**la disparition progressive des membres fondateurs**», les membres plus jeunes à prendre, à fond, leurs responsabilités. Il faut bien préciser, quand même, que les mathématiciens considèrent que c'est dans sa jeunesse qu'un chercheur est le plus brillant et le plus créatif et, dans l'application de cette nouvelle règle, Bourbaki ne faisait que suivre l'opinion générale des tenants de la discipline. Dieudonné essayait, néanmoins, avec sa verve habituelle, d'atténuer un peu la brutalité du couperet en affirmant, dans un article, qu'un mathématicien de plus de cinquante ans pouvait, certes, encore effectuer des travaux de qualité, mais risquait, tout de même, d'éprouver quelque difficulté à s'adapter aux idées des créateurs nettement plus jeunes, ceux qui sont porteurs d'avenir.

Pour bien comprendre l'attitude des membres du groupe il faut signaler encore, par exemple, que la médaille Fields n'est jamais attribuée à un mathématicien de plus de quarante ans, alors le prix Nobel, distinction équivalente pour les autres disciplines, est attribué sans limite d'âge.

C'est ainsi que tous les fondateurs du groupe disparurent vers 1958, et que, par le fait, Bourbaki se voit bénéficier d'une éternelle jeunesse.

Toutefois les anciens conservent des relations, et pas seulement d'amitié, avec les membres actifs. Ils sont, par exemple, destinataires du bulletin du groupe «La tribu» qui donne, en particulier, un compte-rendu des congrès.

En près de soixante dix ans d'existence Bourbaki a vu défiler une bonne quarantaine de membres, la très grande majorité étant constituée de mathématiciens français, tous normaliens. Néanmoins, quelques étrangers ont pu rejoindre le groupe comme les américains Eilenberg, l'un des créateurs de la «**théorie des catégories**» et Lang ou encore le suisse Borel. Sans vouloir rappeler les noms de tous les Bourbakis, qui sont connus malgré leur relative discrétion, on peut citer les cinq médaillés Fields qui ont participé à leurs travaux : ce sont Laurent Schwartz (1950), Jean-Pierre Serre (1954), Alexandre Grothendieck (1966), Alain Connes (1982) et Jean-Christophe Yoccoz (1994).

Signalons que Schwartz et Serre ont été professeurs à la Faculté des Sciences de Nancy et que Grothendieck y a préparé sa thèse sous la direction du premier.

An nom de la plus parfaite équité il faut bien préciser que d'excellents mathématiciens français n'ont jamais appartenu au groupe Bourbaki comme René Thom (Médaille Fields en 1958) auteur de la «**théorie des catastrophes**» ou encore Marcel Berger, André Lichnérowicz ou Jean Leray.

Les Bourbakis avaient tous, dans l'ensemble, de fortes personnalités. Certains comme Schwartz se sont fait connaître par leurs activités politiques très engagées, un autre comme Grothendieck pour son militantisme écologique.



### Plan de travail et évolution du projet

Le premier congrès de Juillet 1935 fût désigné sous le nom de «**réunion plénière de fondation**». Au strict plan des mathématiques, c'est à cette occasion que le projet collectif du groupe commença à prendre forme. André Weil, qui est apparu en quelque sorte comme un leader, quoiqu'il s'en soit toujours défendu, affirma qu'il fallait «**fixer pour 25 ans les matières du certificat de calcul différentiel et intégral en rédigeant en commun un traité d'Analyse. Il est entendu que ce sera un traité aussi moderne que possible**». Un éditeur fut proposé par le même Weil : la maison Hermann dont le directeur Enrique Freymann était de ses amis. Delsarte soutint le principe d'une rédaction collective et Cartan estima que le projet devait conduire à un ouvrage dont l'ampleur devait se situer entre 1 000 et 1 200 pages. Il apparut nécessaire, aux différents membres du groupe, d'aboutir à une parution rapide, soit dans les six mois à un an, pour créer l'effet de surprise. La discussion porta ensuite sur le mode de travail à adopter, l'organisation de celui-ci, sur la nature et le contenu des diverses parties de l'ouvrage, ainsi que sur la fréquence des réunions de ce qui fût appelé, dans un premier temps, le «**Comité de rédaction du traité d'analyse**». Dès le départ il fut convenu que ce groupe ne comporterait pas plus de neuf membres, résolution qui fut à peu près respectée au cours du temps, puisqu'il semble bien que le groupe n'en comporta jamais plus de douze. En Janvier 1935 étaient venus rejoindre les fondateurs Paul Dubreil, Jean Leray et Szolem Mandelbrojt. Les deux premiers ne feront qu'une courte apparition dans le groupe et seront rapidement remplacés respectivement par Jean Coulomb et Charles Ehresmann.

Au fur et à mesure que les séances de travail se déroulaient, les objectifs pédagogiques, précis et limités du départ, évoluaient sensiblement. Weil, toujours un peu le maître à penser de l'équipe, a rappelé dans ses «**souvenirs d'apprentissage**» comment, au fur et à mesure des rencontres, se précisaient peu à peu les objectifs pendant qu'en même temps s'enflait l'ambition. Les Bourbakis envisagèrent, en effet, assez rapidement d'abandonner leur objectif initial somme toute modeste, afin de rédiger plutôt un ouvrage général, susceptible d'intéresser un public plus large de chercheurs, d'enseignants, de physiciens, des ingénieurs ou de techniciens. Pour cela il

fallait alors fournir, à un lectorat potentiel si diversifié, des outils «**aussi robustes et aussi universels que possibles**». Il était donc souhaitable de s'écarter de la philosophie et de la forme des traités classiques, datant d'une bonne génération, de forme compliquée et très en retard sur ce qui se publiait à l'étranger. En particulier et c'était là un défaut majeur, aux yeux des membres du groupe, les théorèmes fondamentaux y étaient introduits avec des hypothèses superfétatoires.

L'élaboration du plan du traité constituait, de ce fait, une tâche préalable essentielle beaucoup plus difficile peut-être que prévu, mais qui donna lieu à une telle somme de réflexions et de discussions, qu'il s'en dégagait une nouvelle vision des mathématiques aussi bien dans leur exposé que dans leur pratique. Cette vision particulière amena Bourbaki à leur reconnaître une profonde unité, reposant sur **la théorie des ensembles** et cette conception moderne allait considérablement influencer le monde mathématique français et même international.

Comme conséquence des réflexions approfondies des membres du groupe, et des conclusions qui en émergèrent, lors de la «**réunion plénière de fondation**», le plan élaboré initialement fut divisé en deux parties. Une première partie reprenait les thèmes classiques de l'analyse conformément au programme de la licence de mathématiques (Fonctions de variables réelles, fonctions de variables complexes, intégrales, équations différentielles, équations aux dérivées partielles etc.) et une seconde partie devait comporter un certain nombre de chapitres plus novateurs, non encore définis de façon précise, mais qui avaient pour but de donner de solides notions d'**algèbre moderne, de théorie des ensembles et de topologie**. Cette dernière partie était considérée, comme indispensable à la cohérence et à la compréhension de l'ensemble du texte par les Bourbakis. Ceux-ci trouvèrent, en grande partie, leur inspiration dans le livre particulièrement novateur de Van der Waerden : «*Modern algebra*», publié en Allemagne au cours des années 1930-1931 et qu'ils avaient tout particulièrement apprécié, à l'époque, comme bien d'autres mathématiciens d'ailleurs.



### Réalisation pratique du projet

Bourbaki se fixa un an pour achever la rédaction du traité et arriver à sa publication. Le volume prévisible de l'ouvrage fut estimé alors à 3 200 pages, ce qui était déjà trois fois plus important que ce que prévoyait initialement Cartan. Le délai ne fut pas et ne pouvait, d'ailleurs, pas être tenu. En effet une œuvre de cette importance et aussi novatrice ne pou-

vait se faire sans qu'interviennent des discussions et des débats multiples avec les révisions successives en résultant, des modifications plus ou moins importantes, des permutations de thèmes conduisant, en particulier, à l'affinement continu du plan.

C'est ainsi que la seconde partie, qualifiée de «**paquet abstrait**» par les Bourbakis, n'a cessé de croître en volume au détriment de la partie dite classique dont la rédaction fut retardée car peut-être, au moins implicitement, jugée sans doute moins urgente. Cette partie abstraite devint donc la partie originale et essentielle du traité. De ce fait, le projet dépassait alors de très loin l'objectif initial du traité d'analyse et atteignait une ampleur et une importance imprévues. Il convenait alors, par conséquent, de désigner le futur ouvrage sous un titre plus conforme à l'ambition réelle affichée par Bourbaki. Le titre proposé fut «**Eléments de Mathématique**», avec le mot mathématique au singulier, pour bien montrer combien les membres du groupe ressentait l'unité profonde de la discipline.

Le premier volume à paraître, en 39-40, fut le «**Fascicule de résultats de la théorie des ensembles**». Pendant la seconde guerre mondiale, et malgré les nombreuses difficultés rencontrées par les membres du groupe, quelque peu dispersés, trois autres volumes sortirent, mais la période la plus prolifique s'étendit de la fin du conflit à l'année 1970. A partir de cette date les publications virent leur fréquence diminuer, l'avant-dernier volume étant sorti en 1983 et le dernier en 1998. Les «**Eléments de Mathématique de Bourbaki**», qui représentent à ce jour 7000 pages de textes, ont eu un profond retentissement dans le monde international des mathématiques, certains volumes ou certains chapitres étant particulièrement appréciés, et d'autres beaucoup moins, comme nous aurons l'occasion de le préciser.

En 1941 le plan global du traité comportait quatre grandes parties, chacune comportant un certain nombre de livres :

- Structures fondamentales de l'analyse (huit livres).
- Analyse fonctionnelle (sept livres).
- Topologie différentielle (deux livres).
- Analyse algébrique (huit livres).

Chaque livre était lui-même, bien évidemment, divisés en chapitres.

On mesure l'ampleur de l'entreprise globale, quand on examine le contenu de la seule première partie, déjà considérable.

Ce projet de 1941 n'aboutira que partiellement. De nos jours, c'est-à-dire 67 ans après la première réunion du quartier latin, les Eléments de Mathématique comportent dix livres, chaque livre étant composé, en

général, de plusieurs volumes. Ils sont répertoriés comme suit :

- Théorie des ensembles (un fascicule de résultats non démontrés avec quatre chapitres en plus de celui-ci)
- Algèbre (dix chapitres)
- Topologie Générale (dix chapitres)
- Fonction d'une variable réelle (sept chapitres)
- Espaces vectoriels topologiques (cinq chapitres)
- Intégration (neuf chapitres)
- Algèbre commutative (dix chapitres)
- Variétés différentielles et analytiques (un fascicule de résultats sans démonstrations)
- Groupes et algèbre de Lie (neuf chapitres)
- Théories spectrales (deux chapitres)

Bourbaki a rédigé un texte de quelques pages, intitulé «**mode d'emploi de ce traité**», placé en avant-propos de chaque volume publié des «**Éléments de Mathématique**» et qui fournit quelques indications et certains conseils quant à l'utilisation de l'ouvrage. «**Ce traité prend les mathématiques à leur début, et donne les démonstrations complètes. Sa lecture ne suppose donc, en principe, aucune connaissance mathématique particulière, mais, seulement, une certaine habitude du raisonnement mathématique et un certain pouvoir d'abstraction**».

Toutefois le lecteur débutant, qui prendrait ce discours préliminaire à la lettre, risquerait d'éprouver une rude déception et cela dès les premières lignes du traité. En réalité des connaissances du niveau du second cycle universitaire, en mathématique, sont pratiquement indispensables à la bonne compréhension de l'ouvrage.

Il apparaît donc que le traité est plutôt destiné, en priorité, aux étudiants de second et troisième cycle universitaires et aux mathématiciens confirmés.

Ce n'est certainement pas un ouvrage grand public.

S'il peut être très certainement utile aux chercheurs, ce n'est pas à proprement parler un ouvrage de recherche car il n'y figure pas, en principe, de résultats nouveaux. Même si les différents membres de Bourbaki ont tous été de brillants chercheurs dont la production scientifique a largement participé à l'avancement de la discipline et leur a valu les récompenses les plus prestigieuses, le groupe, en tant que tel, n'est pas censé avoir apporté de véritables découvertes ou inventions mathématiques.

Toutefois certaines démonstrations particulièrement astucieuses, l'introduction d'un langage neuf avec des termes originaux voire des no-

tions nouvelles comme par exemple celle de «**filtres**» font des «**Éléments de Mathématique**» un ouvrage frontière.

Cependant on peut considérer que le traité constitue essentiellement un synthèse à peu près exhaustive d'un corpus de connaissances préexistantes, réorganisées et reformulées en un langage moderne et logique, mettant en évidence l'unité profonde de la discipline.

En ce qui concerne les six premiers livres (Théorie des ensembles, Algèbre, Topologie générale, Fonctions d'une variable réelle, Espaces vectoriels, Intégration), «**chaque énoncé ne fait appel qu'aux définitions et résultats exposés précédemment dans ce livre ou dans les livres antérieurs**» est-il précisé dans l'avant-propos de chaque livre. Autrement dit, dans cette première partie, le traité suit un certain ordre, ce qui n'est plus le cas pour les livres suivants (Algèbre commutative, Variétés différentielles et analytiques, Groupes et algèbre de Lie, Théories spectrales).



## Aspects particuliers de l'œuvre de Bourbaki

### Emergence de la Théorie des ensembles

Même si on a pu, peut-être, observer l'utilisation de raisonnements inhérents à la théorie des ensembles chez des mathématiciens très anciens, il a fallu attendre Cantor pour que soit proposée une définition désormais devenue célèbre :

«**Par ensemble on entend un groupement en un tout d'objets bien distincts de notre intuition ou de notre pensée.**»

Certes, avant lui, des mathématiciens comme Bolzano avaient fait des travaux importants, en définissant par exemple la relation d'**équipotence** de deux ensembles. On dit que deux ensembles  $A$  et  $B$  sont équipotents s'il existe une bijection entre eux, c'est-à-dire une application qui fait correspondre à tout élément de  $A$  un élément de  $B$  et réciproquement. Toutefois c'est bien Cantor qui a construit une théorie des ensembles encore valable aujourd'hui. En partant de l'analyse, il a traité de nombreux problèmes tels que ceux relatifs à la classification des ensembles, aux ensembles dérivés, à la dénombrabilité de certains ensembles, à l'équipotence en général, aux ensembles totalement ordonnés, aux propriétés topologiques de certains ensembles et enfin à la mesure. Pendant que Cantor s'intéressait aux ensembles infinis un autre chercheur Dedekind montrait comment, par une construction axiomatique rigoureuse, on pouvait dériver la notion d'entier naturel des notions fondamentales de la théorie des ensembles et obtenir ainsi tous les

théorèmes élémentaires d'arithmétique. Les travaux de Cantor sur les ensembles dénombrables ont eu des applications nombreuses jusqu'en analyse

Mais alors que ses idées s'imposaient au monde mathématique, que théorie des ensembles et méthodes axiomatiques étaient quasi-universellement admises éclata la «crise des fondements». Des ensembles paradoxaux furent mis en évidence dès 1897. Ainsi on ne peut parler de **«d'ensemble des ensembles»** ou **«d'ensemble des ensembles qui ne sont pas éléments d'eux-mêmes»** sans aboutir à une contradiction, constatations faites par Cantor en 1897 et par Russel en 1905.

Ainsi soit E **«l'ensemble des ensembles qui n'appartiennent pas à eux-mêmes»**, ou soit plus formellement :

$E = \text{l'ensemble des } X \text{ tels que } X \notin X$ . Que dire de E lui-même ?

Si  $E \in E$  alors par définition de E, il s'ensuit que  $E \notin E$ . Et si l'on suppose  $E \notin E$ , d'après la définition même de E, on devrait en conclure que  $E \in E$ . Quel que soit le cas de Figure, on obtient une contradiction.

Mais ces contradictions, ces antinomies qui venaient perturber considérablement la théorie des ensembles ne se limitaient pas à celle-ci et arrivaient à ébranler, aussi, bien d'autres parties des mathématiques. C'est pourquoi les mathématiciens et surtout les logiciens du début du siècle déployèrent beaucoup d'efforts pour élaborer une théorie des ensembles plus rigoureuse, fondée sur la logique formelle et dans laquelle les contradictions étaient éliminées.

L'une des tentatives visant cet objectif fut celle de l'**intuitionnisme**, mouvement auquel appartenait le français Poincaré et le hollandais Brouwer, qui allait jusqu'à rejeter la théorie des ensembles et toute une partie de l'algèbre moderne. Toutefois ce mouvement fut par la suite plus ou moins abandonné.

La seconde tentative fut celle du **formalisme**, fondée sur l'axiomatique. Beaucoup de mathématiciens, tels que Zermelo, Fraenkel, Von Neumann, Skolem, Bernays, Gödel et Hilbert s'attachèrent, dans ce cadre d'idées, à résoudre le problème posé par les paradoxes. Dans ce cadre ils réussirent à éliminer, par des axiomes supplémentaires, les ensembles paradoxaux de la théorie des ensembles. Ce point de vue attira d'ailleurs un certain nombre de critiques, plus ou moins virulentes, notamment celles du mathématicien français Roger Apéry.

Mais, dans ce domaine, c'est Hilbert qui effectua, sans aucun doute, le travail le plus important. Après avoir fait l'axiomatisation complète de la géométrie il ambitionnait de réaliser l'axiomatisation de toutes les branches des mathématiques. Pour ce faire il développa avec ses élèves

ce qu'on a appelé une **métamathématique** c'est-à-dire une méthode pour démontrer la **consistance** d'un système formel. Un tel système est consistant ou cohérent si l'application des règles d'inférence aux axiomes ne peut jamais conduire à deux conséquences telles que l'une soit la négation de l'autre. Toutefois, même si elle a obtenu quelques succès limités l'équipe de Hilbert a échoué en ce qui concerne la théorie des ensembles et l'arithmétique. Gödel montra, en 1931, par un théorème célèbre, qu'on ne pouvait établir la consistance de l'arithmétique par un raisonnement métamathématique.

Par ailleurs Hilbert pensait que la déduction formelle ne fait toujours qu'accompagner la pensée et identifiait, comme Poincaré la vérité à la non-contradiction laquelle était pour lui «**le critère de vérité et d'existence**». C'est dans ce cadre de pensée qu'il tenta de montrer la non-contradiction de l'arithmétique. Mais pour Hilbert la philosophie mathématique résidait, avant tout, dans l'application de l'axiomatique à tous les domaines de la science : penser axiomatiquement signifie pour lui «**ne pas penser autrement qu'avec conscience**» et que «**tout ce qui peut être, en général, objet de la pensée scientifique aboutit, dès maturité, dans la création d'une théorie, à la méthode axiomatique**». Ces idées, extraites de son ouvrage de 1918 : *Axiomatisches Denken* (La pensée axiomatique) ont eu un profond retentissement dans tous les domaines des mathématiques.

On peut affirmer que Hilbert fut vraiment le père spirituel de Bourbaki.



### La présentation de Bourbaki

La méthode d'exposition choisie par Bourbaki est donc axiomatique. Elle part le plus souvent du général pour aboutir au particulier. La présentation est totalement épurée et les quelques exemples auxquels on a recours n'interviennent qu'après le développement abstrait. Si la présentation pédagogique peut apparaître discutable, Bourbaki, dans son «**Mode d'emploi**», précise que «**l'utilité de certaines considérations n'apparaîtra donc au lecteur qu'à la lecture de chapitres ultérieurs, à moins qu'il ne possède déjà des connaissances étendue**».

Afin de compenser cette sécheresse quelque peu rebutante, qui a suscité critiques et reproches, Bourbaki a utilisé deux arguments. Le premier a consisté à inclure des notes historiques en fin de chapitre, ces notes ayant été ultérieurement rassemblées en un volume unique intitulé «**Éléments d'histoire des mathématiques**», le second a été de doter

chaque chapitre d'exercices, dus essentiellement à Dieudonné et dont la qualité a été unanimement reconnue. L'intérêt de ces exercices a été double d'abord de permettre au lecteur de vérifier si le texte est compris et assimilé et ensuite «**de lui faire connaître des résultats qui n'avaient pas leur place dans le texte**». Autrement dit, le lecteur se doit de retrouver, lui-même, beaucoup de résultats importants, par le biais des exercices. Ceci est un défaut reconnu du traité, un autre se situant au niveau des références bibliographiques, peu fournies, rejetées en fin de chapitres après les notes historiques et qui, toujours d'après le mode d'emploi, ne contiennent que des références concernant «**le plus souvent que des livres et mémoires originaux qui ont eu le plus d'importance dans l'évolution de la théorie considérée**».

Tout est donc mis en œuvre, «**le texte étant consacré à l'exposé dogmatique d'une théorie**» pour que le lecteur puisse focaliser toute son attention sur ce qui est essentiel dans l'esprit des auteurs, sans en être distrait par des considérations considérées comme accessoires.

Bourbaki a déployé beaucoup d'efforts et fait montre de beaucoup d'imagination en matière de terminologie. La nécessité d'utiliser un langage tout à la fois rigoureux et simple a conduit les Bourbakis à créer de nombreux nouveaux termes tels, par exemple que **bijection**, **ensemble vide** ( $\emptyset$ ), et à introduire l'espèce de grand Z arrondi que les auteurs insèrent en marge du texte afin de solliciter l'attention du lecteur lorsqu'il y a risque d'erreur ou d'incompréhension. La plupart des termes et des notations proposés par Bourbaki ont été adoptés ultérieurement, aussi bien en France qu'à l'étranger.



### Philosophie de Bourbaki

En même qu'il publiait les «**Éléments de mathématique**», Bourbaki propageait une nouvelle vision, voire une nouvelle idéologie des mathématiques laquelle fut acceptée en, définitive, par l'ensemble de la communauté mondiale des mathématiciens et qui s'imposa longtemps, au moins en France, sous une forme presque dictatoriale.

Toutefois il convient de préciser un certain nombre de points. En premier lieu cette vision globale de la discipline ne s'est, vraisemblablement, imposée que progressivement, parmi les Bourbakis, eux-mêmes, tout au long de leurs travaux. En second lieu les appréciations de chaque membre du groupe, à titre individuel, quelle que l'adhésion de celui-ci aux idées générales «bourbachiques», ont pu différer de celles du groupe lui-même en tant que tel. Enfin le contexte, aussi bien que les hommes,

ayant évolué au cours du temps, il est évident que le regard, que le groupe peut jeter sur sa discipline, est sans doute différent à notre époque en 2001, de ce qu'il était dans les années cinquante.

Cette conception des mathématiques qui était celle de Weil, de Dieudonné et de leurs collègues a été véhiculée par des interventions multiples et surtout par la publication de textes dont l'un des plus importants est l'article intitulé «**L'architecture des mathématiques**», publié en 1947, signé Nicolas Bourbaki, mais vraisemblablement rédigé par Dieudonné. La philosophie de Bourbaki se définit en trois notions clés :

L'unicité des mathématiques.

La méthode axiomatique.

Les structures.

L'unicité des mathématiques apparaît à chaque fois que les mathématiciens jettent un regard global sur leur discipline. Il faut souligner que la séparation entre Algèbre, Géométrie, Analyse et Arithmétique est devenue anachronique et que les chercheurs en mathématiques vont chercher leurs outils dans tous les secteurs de la discipline, avec une totale transversalité. Toutefois cette unité n'était pas aussi évidente, il y a un demi-siècle, lors de la création de Bourbaki. Celui-ci se demandait, dans l'«**Architecture des mathématiques**», si la multiplication, quelque peu anarchique des travaux et des résultats publiés, était l'indice du développement harmonieux de la discipline, dans la cohésion et l'unité ou, au contraire, le signe de son éclatement en une multitude de disciplines autonomes, étrangères les unes aux autres : «**En un mot y a-t-il, aujourd'hui, une mathématique ou des mathématiques ?**»

Evidemment Bourbaki répond, déjà, par le titre même de son traité. La conviction de ses membres se manifeste fortement en quelques phrases : «**Nous croyons que l'évolution interne de la science mathématique a, malgré les apparences, resserré plus que jamais l'unité de ses différentes parties, et y a créé une sorte de noyau central plus cohérent qu'il n'a jamais été. L'essentiel de cette évolution a consisté en une systématisation des relations existant entre les diverses théories mathématiques, et se résume en une tendance qui est généralement connue sous le nom de méthode axiomatique**». Il n'est, d'ailleurs, pas évident que l'opinion des mathématiciens soit aujourd'hui si tranchée.

Un axiome est, au départ, une propriété évidente ou une règle purement inventée dont on admet la véracité sans démonstration. Dans une théorie axiomatique on commence par se donner, éventuellement par définir, un certain nombre d'objets sur lesquels la théorie va porter. On énonce ensuite les axiomes (ou postulats) auxquels devront obéir les objets en question. On déduit ensuite en partant de ces axiomes, par des

raisonnement purement logiques, dont la validité peut être vérifiée sans faire appel à l'intuition ou à l'expérience, d'autres propriétés, moins évidentes celles-ci et qu'on appelle théorèmes.

Un exemple d'axiomatique est donnée par la géométrie d'Euclide. Celui-ci dans ses «**Eléments de Géométrie**» commence par définir les objets fondamentaux que sont un point, «**quelque chose n'ayant pas de partie**», une courbe, une droite, un plan etc. Il énonce ensuite cinq axiomes, qui sont bien connus, le premier disant «étant donné deux points il existe un segment de droite qui les joint» le cinquième étant équivalent au fameux postulat des parallèles : «par un point extérieur à une droite on ne peut mener qu'une parallèle à cette droite». Euclide se fonde ensuite sur ces axiomes pour démontrer des propriétés ou pour effectuer des constructions géométriques. Mais Euclide ne procède pas avec une rigueur parfaite et utilise, sans s'en rendre compte, des propriétés ni posées en axiomes, ni démontrées, mais qui peuvent faire appel, dans certains cas, à l'intuition visuelle, comme, par exemple, sa construction célèbre du triangle équilatéral à partir d'un segment de droite. Néanmoins on peut considérer Euclide comme le précurseur de la méthode axiomatique en rappelant la grande difficulté qu'il a rencontrée pour dégager un système cohérent d'axiomes sur lesquels puisse reposer sa géométrie.

Pour obtenir un tel système cohérent d'axiomes, il a fallu attendre Hilbert, avec ses «Fondements de la Géométrie», publiés en 1899, lequel comme nous l'avons déjà exprimé, peut être considéré comme le père de l'axiomatique moderne et, par là même, du mouvement Bourbaki.

Par rapport à l'axiomatique euclidienne, l'**axiomatique moderne** se distingue d'abord par son caractère formel. On ne définit pas les notions premières (point, droite, etc.) mais on les considère comme des entités abstraites dont la signification importe peu, l'essentiel ce sont les axiomes, c'est-à-dire les relations qui existent entre ces entités premières. Ce qui est important, par ailleurs, c'est que les propriétés qui se déduisent à partir d'une théorie formelle aient un caractère général : elles sont, en principe, valables pour des ensembles d'objets très différents, à la condition expresse que le système d'axiomes soit le même.

En pratique, il convient de le préciser, on ne bâtit pas un système d'axiomes ex nihilo. Le mathématicien va étudier préalablement un certain nombre d'objets avant de dégager son axiomatique. La méthode a été parfaitement exposée par Henri Cartan dans une conférence qu'il fit, en Allemagne, en 1958. Au cours de son intervention, Cartan montra comment le mathématicien qui veut construire une démonstration,

à partir d'objets mathématiques bien définis, est amené à sélectionner, après examen, les seules propriétés spécifiques des objets qu'il a utilisées. Il peut alors mettre en oeuvre la même démonstration avec des objets différents mais qui possèdent ces mêmes propriétés. La méthode axiomatique est donc fondée sur l'idée simple suivante : au lieu de s'intéresser aux objets, on établit la liste des propriétés qui sont nécessaires à la démonstration. Ces propriétés sont ensuite mises en évidence et exprimées par des axiomes.

On comprend que, dès lors, la nature des objets est indifférente. Au lieu de s'y intéresser on construit la démonstration de façon telle qu'elle soit valable pour tout objet satisfaisant aux axiomes.

«Il est assez remarquable que l'application systématique d'une idée aussi simple ait si complètement ébranlé les mathématiques», conclut Cartan.

Le troisième mot clé est celui de structure indissociable, pour Bourbaki de la méthode axiomatique. Pour savoir ce que Bourbaki entend par structure mathématique, il faut encore se référer à l'«Architecture des mathématiques». On y explique que : «l'on part d'un ensemble d'éléments dont la nature n'est pas spécifiée et pour définir une structure on se donne des relations où interviennent ces éléments ; on postule ensuite que ces relations satisfont à certaines conditions qui sont les axiomes de la structure envisagée. Faire la théorie axiomatique d'une structure c'est déduire les conséquences logiques des axiomes de la structure». On s'interdit toute hypothèse complémentaire sur les éléments considérés, en particulier sur leur nature.

Une des plus importantes est la structure de Groupe qui se définit comme suit :

«Un ensemble non vide  $G$  est un groupe s'il est muni d'une loi interne, notée  $*$ , qui à tout couple  $(x,y)$  d'éléments de  $G$  associe un élément noté  $x*y$ , appartenant aussi à  $G$ , et si les trois axiomes suivants sont vérifiés :

- 1) **Associativité** : pour tous éléments  $x,y,z$  de  $G$  on a :  $x*(y*z) = (x*y)*z$
- 2) **Existence d'un élément neutre** : Il existe un élément de  $G$  que nous écrirons  $e$  et tel que :  $x*e = e*x = x$ , quel que soit l'élément  $x$  de  $G$ .
- 3) **Existence d'un inverse pour tout élément** : quel que soit l'élément  $x$  de  $G$ , il existe dans  $G$  un élément noté  $x\hat{E}^1$  tel que  $x*x\hat{E}^1 = x\hat{E}^1*x = e$ .

Lorsque la loi  $*$  est **commutative**, c'est-à-dire quand  $x*y = y*x$  pour tous  $x$  et  $y$ , on dit que  $G$  est un groupe **abélien**.

Prenons, par exemple, comme groupe l'ensemble des nombres entiers, muni de l'addition ordinaire. Il est facile de voir que les axiomes de la structure de groupe sont vérifiés dans ce cas.

En effet quels que soient les nombres réels  $x, y, z$  on a bien :  $x+(y+z) = (x+y)+z$ .

L'élément neutre est  $0$  car  $x+0 = 0+x = x$

L'élément inverse de  $x$  pour l'addition est  $-x$  car  $x+(-x) = 0$ .

Bourbaki distingue trois grands types de structures.

Celles où intervient une loi qui, comme dans un groupe associe à tout couple d'éléments un troisième sont les **structures algébriques**. Parmi celles-ci, en dehors des groupes, on trouve les anneaux, les idéaux, les corps, les espaces vectoriels qui sont des ensembles avec d'autres relations de départ entre les éléments et d'autres axiomes.

Un autre type de structures est constitué par celles où intervient **une relation d'ordre**, c'est-à-dire des outils de comparaison tels que «supérieur ou égal» ou encore «inférieur ou égal» qui permettent d'ordonner, de comparer entre eux tout ou partie des éléments d'un ensemble.

Le troisième type de structures, que considère Bourbaki, est constitué par les structures **topologiques** qui fournissent une formulation mathématique abstraite des notions intuitives de voisinage, de limite, et de continuité.

A partir de ses trois grands types de structures qu'il appelle structures mères, et qu'il place au centre de son dispositif, Bourbaki, en s'appuyant toujours sur la conception axiomatique, construit son univers mathématique. Les structures deviennent plus complexes, en évoluant du général au particulier, et se combinent organiquement alors à l'aide d'axiomes, pour donner ce qui est désigné par structures multiples, lesquelles se disposent autour des structures mères. Tout à la périphérie apparaissent alors les théories particulières où les éléments des ensembles, qui sont indéterminés dans les structures générales, reçoivent, enfin, une individualité plus spécifique. On y retrouve les théories mathématiques classiques telles que la théorie des fonctions ou encore les géométries, mais ces domaines, plus particuliers, ont perdu, dans le schéma de Bourbaki, leur autonomie antérieure car, d'après «l'architecture des mathématiques», elles sont désormais :

«des carrefours où viennent se croiser et agir les unes sur les autres des structures mathématiques plus générales».

Toutefois Bourbaki affirmait, dans le même article, avec une prudence assez inhabituelle chez lui, que sa conception des mathématiques pouvait être considérée comme une approximation grossière de l'état des mathématiques de l'époque.

Il convient maintenant de situer de façon, si possible plus précise, l'œuvre de Bourbaki.

Unicité des mathématiques, méthode axiomatique et structures ne sont pas des inventions originales du groupe Bourbaki. L'unité de la discipline a toujours été une question qui revient périodiquement dans les préoccupations des mathématiciens. Par ailleurs la méthode axiomatique moderne est née avec les travaux sur l'arithmétique, à la fin du dix-neuvième siècle, de Dedekind et Peano et surtout avec ceux, effectués plus tard, de Hilbert. Quant aux structures c'est dans l'ouvrage «Modern algebra» de Van der Waerden, que Bourbaki a trouvé son inspiration.

Le rôle de Bourbaki a plutôt consisté en une tentative d'étendre ces notions à l'ensemble des mathématiques, en particulier à promouvoir un concept de structure généralisant les travaux des allemands en algèbre et ainsi à faire une tentative d'unification des mathématiques.



### **Les réactions à l'œuvre de Bourbaki**

En général le traité de Bourbaki a été, à l'origine, très favorablement accueilli par la communauté scientifique encore que certains volumes aient été plus appréciés que d'autres tels que le livre de Topologie générale et celui des Groupes et algèbres de Lie considérés comme les plus réussis. Traduits dans de nombreuses langues, les *Eléments de mathématique* figurent à une place de choix dans toutes les bibliothèques de mathématiques. Ils ont d'ailleurs fait l'objet de nombreuses rééditions donnant souvent lieu à des remaniements parfois profonds. Il convient de signaler que la publication de l'ouvrage a rapporté des droits d'auteur substantiels au groupe.

Le moins que l'on puisse dire c'est que les *Eléments de mathématique* n'ont laissé personne indifférent dans le monde des professionnels des mathématiques, faisant l'objet de rappels d'études et de commentaires dans la plupart des revues spécialisées. Nombre de comptes rendus ont présenté favorablement les premiers livres de l'ouvrage du groupe. Parmi les commentaires les plus flatteurs il convient de rapporter ceux d'Emil Artin, le célèbre algébriste allemand, qui insista, en 1953, dans un article, sur les qualités du Livre d'Algèbre, ayant apprécié la généra-

lité et l'abstraction des concepts, la terminologie et les notations, désormais adoptées par de plus en plus de mathématiciens. Artin écrivait encore que **«le lien commun entre les différentes branches des mathématiques devient clairement visible»**. Il rappelait que le volume de Topologie générale **«était déjà en train d'être utilisé avec enthousiasme particulièrement par la génération la plus jeune»** et concluait en constatant le succès complet de l'œuvre malgré sa **«présentation abstraite, impitoyablement abstraite»**. Alex Rosemberg, compatriote d'Artin, émit une opinion similaire ajoutant, par ailleurs, ne pas être spécialement rebuté par la présentation, bien qu'elle fut, effectivement très abstraite.

Toutefois des opinions nettement moins laudatives se firent jour. Ainsi, Edwin Hewitt, en 1958, critiqua la présentation austère et monolithique du traité, le trop grand nombre de définitions non motivées, les exercices pénibles et l'obligation de se référer constamment aux volumes antérieurs de l'auteur. D'une manière générale beaucoup de commentateurs émirent un doute quant à l'utilité des différents volumes pour les étudiants. Ainsi en commentant un volume de Topologie Générale, E. Michael se demanda combien d'étudiants étaient capables d'assimiler les chapitres de l'ouvrage Bourbaki, sans avoir, simultanément, recours à d'autres traités. Un mathématicien américain célèbre, Paul Almos, dans un compte rendu sur le volume d'Intégration, reconnaît que le sujet traité est important, le livre bien rédigé, son contenu bien organisé, mais que le point de vue adopté n'aidera pas l'étudiant à comprendre ni à étendre son champ d'intérêt. Un mathématicien français, A. Denjoy a, lui aussi, vertement critiqué la manière dont le groupe avait traité l'intégration. D'une manière générale ce sont les livres sur l'Intégration et la Théorie des ensembles qui ont essuyé les critiques les plus acerbes.

On a reproché aussi à Bourbaki d'avoir délaissé, voire négligé, tout ce qui touche de près ou de loin aux applications des mathématiques comme par exemple l'analyse numérique, la théorie des probabilités ou encore l'informatique. On ne peut certes pas reprocher à Bourbaki de ne s'être préoccupé que de mathématiques pures. Mais à une certaine époque son influence, directe ou indirecte, était telle, que son attitude a considérablement freiné le développement, en France, de toutes les mathématiques appliquées.

**Reproche plus grave, enfin, la vision «bourbachique» des mathématiques, ne conduit pas vraiment, selon nombre de critiques, à une théorie bien construite et parfaitement cohérente.** En particulier l'attitude de Bourbaki vis-à-vis de l'axiomatisation de la théorie des ensembles et, de façon plus globale, vis-à-vis des fondements mêmes des mathématiques, fit l'objet de nombreux commentaires assez sévères. Nous

avons rappelé, précédemment, que les logiciens et certains mathématiciens souhaitaient, en effet, depuis le début du vingtième siècle, obtenir un système d'axiomes satisfaisant, pour établir la théorie des ensembles, sur laquelle ils voulaient faire reposer toutes les mathématiques et comment leurs travaux s'étaient heurtés à ce qu'on a appelé la «**crise des fondements**».

Bourbaki a choisi d'ignorer ces problèmes ce qui peut sembler étonnant pour un groupe semblant attacher tant d'importance aussi bien à la démarche axiomatique qu'aux structures et il est encore plus étonnant que Weil l'ait affirmé délibérément. Cette attitude du groupe s'est traduite dans la rédaction du livre sur la Théorie des ensembles des «**Eléments de Mathématiques**», lequel livre fut sévèrement critiqué, aussi bien pour son optique trop restrictive que pour avoir négligé cette question des fondements, primordiale pour les logiciens. Dans un article de 1992, publié dans le «*The Mathematical Intelligencer*» et intitulé «*The ignorance of Bourbaki*», un mathématicien anglais, A. Mathias, a vivement reproché à Bourbaki, entre autres choses, d'avoir négligé les travaux les plus récemment publiés, en théorie des ensembles, lors de la rédaction du volume correspondant de son traité.

Dans les «**Eléments de mathématiques**» même si les exemples de structures sont nombreux, la notion, quant à elle, reste vague. Un historien israélien des sciences, Leo Corry, a fait remarquer qu'une théorisation des structures existe bien dans le livre sur la théorie des ensembles, mais sans que ces développements soient utilisés dans le reste de ce même livre et qu'on pouvait lire et comprendre chaque tome du traité, sans connaître la théorie des structures. Corry ajoute, d'ailleurs que, dans l'ouvrage du groupe, «le concept de structure paraît forcé et non naturel». On rencontre une opinion identique chez Cartier, ancien membre de Bourbaki, qui affirme : «**Bourbaki n'a pas produit une théorie mathématique des structures et n'y tenait peut-être pas**».

Il est difficile de traiter des structures mathématiques sans évoquer les travaux, réalisés vers 1942, par les américains Eilenberg (futur membre de Bourbaki) et Saunders Mac Lane sur «**la théorie des catégories**». On peut affirmer que cette théorie constitue un cadre abstrait, plus général que celui des structures de Bourbaki, qui permet de décrire de nombreuses situations mathématiques ainsi que les correspondances qu'il peut y avoir entre elles. Sans entrer dans les détails, on peut simplement préciser qu'une catégorie est définie par la donnée d'une classe d'objets  $A, B, C$ , etc. et, pour tout couple  $(A, B)$  de ces objets, d'un ensemble de correspondances, appelées morphismes de  $A$  à  $B$ . On peut, par exemple, parler de catégorie des ensembles ou de catégorie des groupes. De plus,

il peut exister dans cette théorie, des correspondances entre deux catégories qu'on appelle foncteurs.

Malgré l'intérêt manifesté pour le langage des catégories et les foncteurs, par certains membres de Bourbaki comme Eilenberg évidemment, mais aussi Ehresman ou encore Grothendieck, le groupe n'a pas révisé son «Architecture des mathématiques» ni réussi à intégrer les catégories dans son texte et cela malgré de nombreuses discussions entre les différents membres du groupe à l'époque. La raison essentielle en est sans doute que l'introduction des catégories aurait demandé une révision profonde des volumes du traité déjà parus. Cartier a reconnu ultérieurement que si les Bourbakis avaient été amenés à refaire leur traité ils auraient très certainement commencé par l'introduction des catégories. A cet égard, Judith Friemann a rapporté les observations de Chevalley, lui-même : **«De ce point de vue, la théorie des catégories était plus fidèle à l'esprit de Bourbaki que celle des structures : elle était plus structuraliste».**

Il faut aussi rappeler que dans les années soixante, Chevalley avait écrit un livre sur les catégories qui ne fut jamais publié pour des raisons obscures. Il fut, sans doute, le plus préoccupé des membres groupe par les problèmes afférents à la logique, insistant pour que de la logique formelle fut insérée dans le traité. Il avait, aussi, écrit une longue introduction destinée au livre sur la théorie des ensembles, laquelle fut purement et simplement rejetée par ses collègues.

Par ailleurs Chevalley considérait que l'abandon des catégories par Bourbaki était révélateur de la transformation de son état d'esprit et de l'abandon, au moins partiel, de sa philosophie initiale.

Le structuralisme, tellement prôné par le groupe, fut très à la mode au cours des années 50 et 60. La vision bourbachique avec l'axiomatique et les structures fit des émules non seulement en mathématiques mais aussi en littérature, en anthropologie ou en psychologie.

## Les séminaires Bourbaki

Depuis 1948, trois fois par an se tient le séminaire Bourbaki qui, depuis que la publication des *Eléments de mathématique* s'est quelque peu tarie, constitue la seule activité officielle du groupe. Ce séminaire se tient actuellement à l'Institut Henri Poincaré à Paris. Il est suivi par environ deux cents mathématiciens qui viennent, aussi bien de France que de l'étranger, écouter des conférences de haut niveau scientifique. Au cours de chaque séminaire de cinq à six exposés sont proposés à l'auditoire. Les sujets de ceux-ci ont été choisis et les intervenants sélectionnés, par le groupe Bourbaki.

Pendant très longtemps, les thèmes retenus étaient très théoriques et très abstraits tournant autour de l'intérêt immédiat des Bourbakis pour des secteurs disciplinaires comme la géométrie algébrique, la topologie ou la théorie des groupes de Lie. Les membres du groupe assuraient, alors, une grande partie des conférences, ce qui n'est plus le cas aujourd'hui, en 2001. C'est ainsi que de Décembre 1948 à Mai 1951, sur les 49 exposés, 20 ont été le fait de Bourbakis, que de Novembre 1972 à Juin 1975 il y eût 50 exposés dont 24 pris en charge par des membres du groupe, mais que de Juin 1995 à Juin 1998 six ou sept Bourbakis, seulement, intervinrent.

Depuis une vingtaine d'années les sujets des séminaires sont devenus moins abstraits et moins théoriques, tenant compte des imbrications de plus en plus étroites entre les mathématiques, la physique théorique, l'informatique et les hautes technologies. Les membres du groupe, s'ils interviennent assez peu en tant que conférenciers, continuent, par contre, à assurer l'organisation de la manifestation sous la houlette du mathématicien Joseph Oesterlé, membre actuel bien connu de Bourbaki et Directeur de l'Institut Henri Poincaré. Il faut bien préciser que les conférences sont préalablement imprimées et que des exemplaires en sont distribués à l'assistance avant chaque séance du séminaire.

Les sujets abordés font donc un peu plus de place aux thèmes à caractère appliqué. C'est ainsi qu'on a pu entendre, ces dernières années, un mathématicien russe en poste à l'Institut Max Planck de Bonn y parler du «calcul quantique» et de la conception d'ordinateurs d'un type nouveau, susceptibles d'utiliser des processeurs mettant en œuvre les principes de la physique quantique. On peut observer que l'on s'éloigne donc, de la sorte, sensiblement de la philosophie prônée par Chevalley.

Mais, d'une manière générale, les choix de Bourbaki se sont montrés suffisamment pertinents pour assurer la renommée et le succès permanent du séminaire.

**«Quand un sujet est traité au Séminaire bourbaki, c'est signe qu'il est vraiment important et intéressant, assure J.-P. Bourguignon, mathématicien français non Bourbaki, c'est un haut lieu des mathématiques dans le monde».**

Les mathématiciens ont longtemps considéré que le séminaire Bourbaki était le seul séminaire, en France, où les résultats les plus récents de la recherche étaient exposés de façon accessible à des mathématiciens non spécialistes. A cet égard le choix des orateurs s'avère particulièrement important. Bourbaki choisit volontairement des non spécialistes, jeunes de préférence, lesquels, avec un regard quelque peu extérieur au problème directement traité, se rendent mieux compte des difficultés que doit surmonter un novice. Pierre Samuel, membre de Bourbaki de 1947 à 1971 affirme :

**«C'est plus simple de trouver un orateur, nous pensions au côté formateur : il est utile de charger un jeune de parler d'un sujet qu'il ne connaît pas spécialement, c'est un exercice très fécond».**

Pour un jeune orateur, ainsi sollicité, l'honneur est grand mais périlleux. Les discussions sont vives, même si elles ont perdu quelque peu de la sévérité qui était de mise quand, au premier rang étaient présents les fondateurs : André Weil, Claude Chevalley, Henri Cartan, Alexandre Grothendieck ou Jean Dieudonné.

Il convient de préciser que le séminaire Bourbaki n'est, désormais, plus le seul du genre : la Société mathématique de France, en particulier, en organise un, relevant à peu près de la même vocation. Ceci et bien d'autres raisons ont fait dire à certains que l'intérêt du séminaire Bourbaki est quelque peu émoussé et qu'il a perdu de son lustre d'antan. Mais, quoi qu'il en soit, le séminaire est toujours l'occasion pour les mathématiciens de tous bords de se retrouver. C'est ainsi qu'on peut y rencontrer des anciens Bourbakis comme Pierre Cartier, Adrien Douady, Pierre Samuel ou Arnaud Beauville, des mathématiciens non Bourbakis comme Marcel Berger ou Jean-Pierre Bourguignon voire un titulaire récent de la médaille Fields, comme Maxime Kontsevitch.

A ce jour, depuis 1948 on a assisté, au cours de quelque cent cinquante séminaires, à près de 900 exposés, tous publiés et qui correspondent à plus de 10 000 pages imprimées et publiées, ce qui constitue, d'après Bourguignon, «un trésor à peu près sans équivalent».

Il semble bien que, malgré les critiques et les réserves, les séminaires Bourbaki aient encore de beaux jours devant eux.

## Bourbaki et l'enseignement

Au cours des années 70 s'étendit, en France et dans le monde, l'enseignement dit des «mathématiques modernes» issus d'une réforme à laquelle le nom de Bourbaki est parfois associé. Il est intéressant d'essayer d'apprécier quelle a été son influence réelle.



### ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

Si dans l'enseignement Supérieur Bourbaki joua un rôle très actif en ce qui concerne la rénovation de l'enseignement des mathématiques, il convient de nuancer un peu cette affirmation. Il est vrai, et il faut, en effet, le rappeler, que le projet initial du groupe était la rédaction d'un ouvrage d'analyse destiné aux étudiants de la licence de mathématiques. Ainsi dès la formation du groupe, chaque membre commença à moderniser son enseignement dans sa propre faculté, comme ce fut le cas, par exemple, de Cartan à Clermont-Ferrand puis à l'Ecole Normale, de Delsarte à Nancy, etc... Ainsi les établissements de province bénéficièrent-t-ils, les premiers, d'un enseignement moderne en mathématiques, alors Paris dut attendre, pour cela, la nomination de Gustave Choquet, lequel d'ailleurs n'était pas Bourbaki. Ce dernier raconte comment en modifiant résolument l'orientation et le contenu des programmes de deuxième cycle puis, par contagion, du premier cycle, il rencontra de nombreuses et violentes oppositions : «**Comment voulez-vous que les étudiants comprennent alors que je ne comprends pas moi-même ?**» lui objecta l'un de ses collègues.

Il faut bien reconnaître que la plupart des étudiants furent parfaitement désemparés quand ils assistèrent aux premiers cours et Jacques Roubaud dans son livre «Mathématique» écrit : «**Ainsi face à la brusque métamorphose de l'objet mathématique qui s'opérait devant leurs yeux, les étudiants... avaient senti vaciller leurs certitudes les mieux établies**». Beaucoup d'entre eux, notamment les redoublants, à la rentrée, eurent l'impression qu'on avait remplacé leur science par une autre.

Néanmoins Choquet reçut vite des renforts par les nominations, à la Faculté des Sciences de Paris, des Chevalley, Ehresmann, Pisot, Zamansky, Godement et Dixmier qui furent presque tous bourbakis, à un moment ou à un autre de leur existence, et la rentrée 1955 vit la victoire des «rénovateurs» dans, à peu près, toutes les Facultés.

De même à l'Ecole Polytechnique où l'enseignement était reconnu comme assez traditionnel jusqu'en 1950, la nomination de Laurent

Schwartz, en 1959, apporta un nouveau souffle à l'établissement. Son cours d'analyse, dans laquelle il introduisit la théorie des distributions, son œuvre majeure de chercheur, fut un tel succès qu'il amena un changement profond de l'esprit et de l'enseignement de l'Ecole, notamment après 1968. Depuis cette période, l'Ecole est redevenue un centre florissant et forme, de nouveau, avec succès, de brillants mathématiciens de niveau international.

**Donc si Bourbaki a contribué à la réforme des mathématiques dans l'Enseignement Supérieur c'est tout à fait indirectement car, en tant que groupe, il n'a jamais envisagé de développer une stratégie collective visant à moderniser l'enseignement des mathématiques dans l'Enseignement Supérieur et n'a jamais, d'ailleurs, manifesté beaucoup de préoccupations pédagogiques. C'est donc à titre individuel, que les Bourbakis sont intervenus, en même temps que bien d'autres mathématiciens n'appartenant pas au groupe comme Leray, Choquet ou Lichnerowicz.**



### Enseignement Secondaire

La réforme de l'enseignement des mathématiques dans le second degré entre 1950 et 1960 a constitué un phénomène général qui toucha à peu près tous les pays. On s'était, en effet, rendu compte que les mathématiques enseignées à l'école n'étaient plus adaptées au monde moderne et que tous les domaines qu'ils soient économiques, scientifiques, technologiques ou même culturels attendaient beaucoup des mathématiques. De plus, au cours des années cinquante, en pleine croissance économique, le besoin en ingénieurs et en techniciens convenablement formés se faisait particulièrement sentir, sans oublier l'impact du paramètre politique avec, à l'époque, la rivalité Est-Ouest. Par ailleurs la réforme de l'enseignement universitaire qui se développait, induisait fatalement celle de l'enseignement secondaire. En effet, l'image dominante d'une mathématique reposant sur la théorie des ensembles, dont Bourbaki était largement responsable, s'était imposée avec son unité reposant sur des structures générales telles que groupes, anneaux, corps etc. Les mathématiques étaient, alors, supposées constituer un langage universel, langage censé pouvoir servir dans tous les domaines de l'activité humaine, aussi bien par exemple dans les sciences dures que dans les sciences humaines ou sociales. C'était aussi l'époque de la vague structuraliste qui touchait nombre de disciplines, comme la littérature ou encore l'ethnologie. Ce mouvement influença aussi considérablement des pédagogues comme Jean Piaget et les mathématiques à la Bourbaki

connaissaient une telle vogue que l'on pensait qu'elles pouvaient avantageusement remplacer le latin et le grec dont l'école se servait pour sélectionner ses élites.

En France, l'application de la réforme connut quatre étapes.

La première fut une période de réflexion, marquée par le colloque de Royaumont, organisé en Novembre 1959 par l'OCDE, et au cours duquel Dieudonné lança son fameux «A bas Euclide», à propos de l'enseignement de la géométrie.

Au cours de la seconde, c'est-à-dire pendant les années 1964-65, un certain nombre de groupes de travail furent créés et installés.

La troisième fut celle de la réalisation d'expériences pédagogiques et de la promulgation des programmes.

Enfin la dernière phase vit la généralisation progressive des nouveaux enseignements, la réforme étant pilotée par la commission Lichnerowicz, qui comportait dix-sept membres, dont deux Bourbakis, Samuel et Pisot, y participaient, mais à titre individuel.

Les nouveaux programmes, élaborés par les groupes de travail et revus par la commission, comportaient des rudiments de logique formelle et de théorie des ensembles, l'étude élémentaire des structures, groupes, anneaux, corps présentés de façon axiomatique, la géométrie traditionnelle disparaissant, au profit de l'algèbre linéaire. On mettait davantage l'accent sur la rigueur et moins sur les calculs.

Sur le terrain, la réforme alla trop loin, aussi bien dans les classes que dans les manuels. De grands mathématiciens comme Leray et Thom montèrent au créneau pour stigmatiser l'introduction des «**mathématiques modernes**» dans l'enseignement, signalant, entre autres critiques, que les programmes faisaient plus appel à la mémoire qu'à l'intelligence. Même Dieudonné qui pourtant avait participé, de loin il est vrai, aux travaux préparatoires s'emporta contre «**une nouvelle scholastique, forme plus agressive et stupide placée sous la bannière du modernisme**».

On tenta bien de rectifier le tir, en édulcorant les programmes, mais la réforme fut partout, d'ailleurs, un échec complet, qui laissa désespérés aussi bien les élèves que les enseignants. Les effets dévastateurs affectèrent plusieurs générations. De nos jours les raisons précises de cet échec n'ont pas encore fait l'objet d'une analyse sérieuse. Toutefois il est peut-être intéressant de connaître l'avis de deux grands mathématiciens, connus pour leur talent pédagogique. Ainsi Gustave Choquet affirmait, en conclusion d'une déclaration faite en 1990 : «**L'idée directrice de la réforme était que, les fondements étant indispensables à toute construc-**

tion logique, il importait de les enseigner d'abord : logique, ensembles, algèbre, algèbre linéaire. Le résultat ne pouvait qu'être catastrophique, puisque l'on faisait passer au second plan tout souci pédagogique : motivation et acquis antérieurs des élèves, formation des enseignants, rédaction de manuels raisonnables, sans compter un certain désaccord avec les physiciens et les techniciens». Laurent Schwartz émet une opinion semblable : «On a peu à peu remplacé la richesse des anciennes mathématiques des lycées : théorèmes, figures géométriques, relations entre les mathématiques et les autres sciences, par une pléthore d'axiomes et de définitions, incompréhensible pour une bonne partie des élèves et très pauvre en résultats».

Quelle fut la part de Bourbaki dans la Réforme ? Dieudonné a exprimé son opinion personnelle, et a, sans doute, eu quelque influence sur les Programmes, Samuel et Pisot participèrent aux travaux de la Commission Lichnerowicz, mais furent parmi les membres les plus modérés, Cartan et Schwartz donnèrent des conférences, sur les mathématiques contemporaines, à l'Association des Professeurs de Mathématiques. Là se limitent les contributions individuelles de Bourbaki.

En tant que groupe Bourbaki ne prit aucunement part à la réforme ni aux débats inhérents à celle-ci. D'après Samuel, Bourbaki n'avait aucune opinion sur l'enseignement au lycée ni même celui des premiers cycles universitaires, il a toujours considéré la réforme avec méfiance et certains de ses membres y était franchement hostiles. D'après Michel Demazure, la pédagogie ne le préoccupait, d'ailleurs, aucunement, l'important, pour lui, étant le contenu des enseignements.

Mais, en réalité, l'influence directe ou indirecte de Bourbaki était, à cette époque considérable, si bien que sa philosophie sous-tendait le choix des contenus mathématiques, et l'organisation mise en œuvre dans les nouveaux programmes. La vision particulière que Bourbaki avait des mathématiques, s'était imposée au monde des mathématiciens, avait gagné d'abord l'université puis, de là, le milieu des professeurs de l'enseignement secondaire qui avaient, tout naturellement, imaginé se fonder sur elle pour rénover l'enseignement des mathématiques, et souvent en se recommandant explicitement de Bourbaki.

Or le groupe n'avait jamais prétendu que son traité pouvait être transposé dans le second degré et déclinait toute responsabilité en ce qui concernait les conséquences éventuelles. Michel Demazure a reconnu, néanmoins, que l'attitude de Bourbaki n'allait pas sans une certaine dose d'hypocrisie.

Quoiqu'il en soit à la fin des années soixante-dix les diverses réformes des mathématiques modernes furent abandonnées et on revint à des

programmes moins ambitieux avec, en particulier, la réapparition de la géométrie. Mais le retour en arrière n'a pas, pour autant, été très satisfaisant car comme le remarquait Dieudonné, en 1987, dans son livre «Pour l'honneur de l'esprit humain», en exagérant peut-être un peu :

**«Rien de ce qui est enseigné au lycée en mathématiques n'a été découvert après 1800».**



### Le bourbakisme à Nancy

Comme nous l'avons déjà exprimé le Bourbakisme, à Nancy, est indissociable du nom du **Doyen Delsarte**. Arrivé à Nancy en 1927, où il fera toute sa carrière, Jean Delsarte s'attachera à faire de Nancy un centre actif et reconnu de recherches en mathématiques. Ainsi il s'emploiera à faire nommer à la Faculté les mathématiciens les plus talentueux : Jean Dieudonné (1937-1947), Paul Dubreil (1933-1941), Jean Leray (1936-1941), Laurent Schwartz (1944-1952), Roger Godement (1949-1953), Jean-Pierre Serre (1953-1955) et Jacques-Louis Lyons (1954-1960), qui furent presque tous, à un moment ou à un autre, membres de Bourbaki. Laurent Schwartz écrira, dans son livre, «**Un mathématicien aux prises avec le siècle**» : «**La Faculté des Sciences de Nancy étant devenue, en mathématiques, une des meilleures du monde, il était naturel d'y inviter des mathématiciens de tous les pays. Delsarte organisa donc, en 1946, un symposium d'analyse harmonique à Nancy**».

Une «**association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki**» fut créée en 1952. Cette association n'était, en fait, qu'une interface administrative dont le siège a été domicilié, à sa naissance, 4 rue de l'oratoire à Nancy, c'est-à-dire au domicile de Jean Delsarte. En 1964 le siège a été transféré à Paris au domicile de Jean-Pierre Serre, puis, en 1972, à l'École Normale Supérieure, rue d'Ulm. Ces dates ne situent qu'imparfaitement les relations entre Nancy et le Bourbakisme, car s'il est apparu qu'à partir de 1964 les liens se sont fortement distendus, Delsarte étant décédé, rappelons-le en 1968, il est évident que la période nancéienne de Bourbaki a démarré bien avant. Delsarte a été nommé à Nancy en 1927 et Bourbaki a vu le jour en 1935. Curieusement les documents nancéiens, sur cette époque, sont assez rares. Néanmoins grâce à la diligence et à l'amabilité de Monsieur Eguether, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Nancy, j'ai pu accéder à la pièce de l'Institut Elie Cartan, où sont conservées les reliques du mouvement Bourbaki, qui demeurent encore à Nancy, mais ce sont essentiellement des comptes rendus de séminaires comportant essentiellement des notes mathématiques.

J'ai pu néanmoins disposer de deux pièces importantes.

La première est une lettre de 1959, signée de H. Weiss, conseiller scientifique auprès de Monsieur Bayen, directeur de l'Office National des Universités et Ecoles Françaises et adressée à Messieurs les Professeurs (Groupe Bourbaki), Institut Elie Cartan, Nancy. Cette lettre est une demande de renseignements concernant l'activité du service en vue de la publication du «Répertoire des Laboratoires Scientifiques». Elle montre, de façon indiscutable, que la présence de Bourbaki à Nancy était officiellement connue des autorités de tutelle.

Le second document est lié à un événement d'importance. Le 23 Février 1967 le prix Cognac-Jay, qui avait été attribué à Bourbaki, lui fut remis à Nancy, au cours d'une cérémonie d'un certain faste. Maurice Letort, ancien Directeur de l'ENSIC, présidait la cérémonie, y représentait, par ailleurs, l'Académie des Sciences et un certain nombre de membres ou d'anciens membres du groupe Bourbaki, dont à coup sûr Dieudonné, assistaient à la cérémonie. A cette occasion le Doyen Delsarte fit un discours qui constitue une mine de renseignements sur la période nancéienne de Bourbaki, laquelle fut très certainement la plus féconde.

Tout d'abord le doyen Delsarte révéla qu'à l'origine, Nancy et Strasbourg furent les «berceaux parallèles» de Bourbaki. Il rappela ensuite les noms des cinq créateurs que nous déjà maintes fois cités et insiste sur le fait que les positions géographiques des intéressés étaient telles que «Nancy parût un lieu de rencontre commode», bien que lui, Delsarte, fut le seul membre nancéien du groupe, en 1934. Mais il s'est trouvé que le Doyen Léopold Beau avait doté le département de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Nancy d'un secrétariat et ce fut là une raison supplémentaire pour que le secrétariat de Bourbaki s'installât, lui-même, à Nancy. Le doyen Delsarte ajouta encore que les frais de fonctionnement furent couverts, au départ, d'abord par les contributions personnelles des membres, mais aussi par une participation du département de Mathématiques, dispositif qui fonctionna jusqu'en 1936, grâce à la compréhension du Doyen de l'époque. Puis le C.N.R.S., qui fut fondé en 1937, créa un emploi de secrétaire au bénéfice du groupe Bourbaki qui, de ce fait, disposa sans doute au plan historique, de la première secrétaire d'un service de Faculté, appointée par le Centre National. Au nombre des «bienfaiteurs» de Bourbaki, Jean Delsarte citera d'abord le Doyen Husson puis les responsables successifs du C.N.R.S. : Picard, Montel, Joliot-Curie et Perès.

Cependant, assez rapidement, les droits d'auteur, inhérents à la publication des premiers volumes du traité, purent couvrir tous les frais de

fonctionnement et même davantage, ce qui permit au groupe d'aider des étudiants français ou étrangers.

Dieudonné fut nommé à Nancy en 1937. C'est à partir de cette date, expliqua Jean Delsarte, que Bourbaki commença à fonctionner à plein rendement, les congrès se succédant régulièrement, à raison de trois par an et d'innombrables rédactions virent le jour, qui furent toutes frappées et polycopiées à l'Institut de Mathématiques, rue de la Craffe, à Nancy. Il précise encore : **«Ce long travail, qui dura jusqu'en 1964, date du transfert de notre secrétariat à Paris, représente encore aujourd'hui (c'est-à-dire en 1967) l'essentiel de l'effort rédactionnel de Bourbaki. Il s'est traduit, comme vous le savez, par la publication d'une trentaine de fascicules, soit au total environ cinq mille pages imprimées. Il est impossible de préciser maintenant la valeur exacte du nombre de rédactions réelles dont les chiffres précédents donnent, en quelque sorte, le résultat. On peut dire raisonnablement que les diverses parties de Bourbaki ont été rédigées plus d'une fois, jamais moins de trois, et souvent sept ou huit fois, sans parler bien sûr des nombreuses modifications de plans qui sont intervenues au cours des âges. Dieudonné a pu vous expliquer cette technique très particulière du travail « en congrès » qui nous a permis de mettre au point, lentement, ces procédés de rédaction. Il est bien certain en tous cas, que vingt cinq à trente mille pages de rédactions de Bourbaki ont été dactylographiées à Nancy.»**

Une bonne part de ces rédactions existent sans doute encore, parmi les archives de Bourbaki, dans les salles de l'Institut Elie Cartan, ce que nous n'avons pas pu vérifier. Tout cet extraordinaire travail matériel fut exécuté par cinq jeunes filles seulement. Ce furent les secrétaires de Bourbaki qui se succédèrent de 1934 à 1964. Elles ne quittèrent Bourbaki que pour se marier. L'une d'entre elles, Mademoiselle Bastien resta vingt ans au service de Bourbaki.

Il est particulièrement intéressant de connaître comment un authentique Bourbaki, comme l'était Delsarte, membre fondateur, qui d'ailleurs était déjà «retraité» du groupe à l'époque, relata son expérience vécue. Il rappela combien cette méthode purement Bourbaki, où les rédactions ans cesse remaniées étaient discutées en commun, sévèrement critiquées, puis reprises à chaque fois par des collaborateurs différents, impliquait l'acceptation d'une sérieuse discipline morale, Delsarte parla même «d'ascèse», de même que le renoncement à toute idée de profit personnel, sur quelque plan que ce fut.

Dans ce même discours le Doyen expliqua, avec beaucoup de verve, comment, en effet, un membre actif du groupe Bourbaki devait «faire

litière de son amour-propre», non seulement au plan extérieur, au sens de la «réputation scientifique» car il ne pouvait faire état de sa contribution personnelle à l'avancement des travaux, mais aussi au plan de la discipline intérieure de Bourbaki. Si Delsarte considéra le premier comme de peu d'importance, le second en revanche lui apparut, toujours, comme une redoutable épreuve. Dans les congrès Bourbaki, de son époque, en effet, l'atmosphère était particulièrement agitée, la critique la plus virulente étant de règle, ainsi que le persiflage plus ou moins méchant, toutefois entrecoupés par des tentatives de conciliation sans oublier les interventions tonitruantes de Dieudonné, **«emporté par le courroux, par l'indignation scientifique, fulminant des interdits définitifs, quitte à revenir sur ses propres opinions vingt quatre heures plus tard»**.

Il semble bien que cette ambiance des réunions bourbakis ait survécu au départ des membres fondateurs, tout au moins à l'époque où Delsarte s'exprime. **«Il y a eu sans doute dans la persistance de Bourbaki une sorte de miracle»** constata-t-il encore .

Evoquant le petit nombre d'ouvrages d'auteurs inconnus qui peuvent maintenant être considérés comme des œuvres collectives, telles qu'il en a existé, il y a fort longtemps, au Moyen-Orient, aux Indes, en Iran et en Chine puis plus près de nous dans la Grèce antique et au moyen âge, Delsarte établit un parallèle avec le travail réalisé avec ses collègues mathématiciens Bourbakis : **«Il n'est pas exclu que l'Almageste de Ptolémée, les traités d'Albert le Grand et les «Sommes» de Saint-Thomas aient été des sortes de Bourbakis... Albert le Grand, aussi bien que Saint-Thomas, réunirent autour d'eux des équipes de travail. Mais cela se passait au sein de l'église, et en milieu monastique. La discipline jouait, sans parler de la puissance intellectuelle de ces deux Grands Hommes. Bourbaki ne veut pas se comparer à Saint-Thomas, «le Docteur Angélique» car il n'a jamais eu aucune de ses héroïques vertus. Peut-être l'appellera-t-on un jour, comme Saint-Thomas, «Doctor Communis» : le Docteur Commun. Mais cette espérance est déjà fort ambitieuse»**.

Jean Delsarte, en conclusion de son intervention, crut pouvoir affirmer que selon son sentiment, dans l'avenir, l'avenir de 1967 qui est un peu notre présent, le travail d'équipe devrait se développer parmi les scientifiques et la rédaction d'ouvrages en commun, comme les «Eléments de mathématique», devenir une activité non exceptionnelle.

D'après lui, Bourbaki a donc, en quelque sorte, défriché le terrain et montré la voie.

## Conclusion

### Le crépuscule

Bourbaki c'est fini ? On pourrait le craindre à la lecture des titres de certains journaux de ces dernières années : «**Quarante ans de Bourbaki. Le célèbre mathématicien est toujours immortel, mais il a bien vieilli**», affirmait Le Monde du 9 Avril 1980, «Bourbaki est mort. CQFD» titrait avec provocation Libération le 28 Avril 1998.

Quelles sont les raisons qui incitent à penser que l'aventure se termine et est même, peut-être, terminée ?

D'abord Bourbaki ne publie presque plus : l'avant-dernier volume datant de 1983, le dernier de 1998. Quant à d'éventuelles publications ultérieures, l'éditeur actuel, Masson, ne fait pas particulièrement preuve d'optimisme.

Par ailleurs, le contenu de certains volumes, déjà publiés, a quelque peu vieilli. Il faut aussi convenir de ce que le paysage mathématique a considérablement évolué en un peu plus d'un demi-siècle, en partie, d'ailleurs, à travers l'œuvre de Bourbaki, et qu'un certain nombre de principes sur lesquels s'appuyait le groupe ne peuvent plus, de nos jours, être respectés.

Par son succès même, Bourbaki a suscité des vocations et d'excellents ouvrages paraissent tous les ans qui sont autant de concurrents.

Le principe visant à impliquer tous les membres du groupe dans la rédaction est plus difficile à respecter dans les chapitres où la spécialisation devient plus étroite. Ce fait est apparu, d'ailleurs, dès que les six premiers livres aient été publiés, en 1950, mais il présente aujourd'hui encore plus d'évidence.

De plus Bourbaki a décidé, à partir de 1958, de mettre à jour les «Eléments de mathématique» déjà parus, ce qui a demandé des efforts et surtout du temps. Or de nos jours, enseignants, chercheurs et enseignants-chercheurs sont très sollicités et le temps est justement ce qui manque le plus aux mathématiciens comme aux autres scientifiques d'ailleurs. Le temps consacré à la révision du traité n'a donc pu l'être à de nouvelles rédactions.

D'après Beauville et Cartier des erreurs de recrutement ont été faites, des membres cooptés n'étant jamais venus aux congrès, et certains de ces congrès, d'ailleurs, qui se sont tenus avec seulement 3 ou 4 membres n'ont duré que deux ou trois jours.

Une autre cause du déclin de Bourbaki peut être trouvée dans un certain «embourgeoisement» de ses membres lesquels, au cours du temps,

ont, de plus en plus, occupé des postes de pouvoir, ils sont devenus des gens puissants, craints, recherchés comme l'a fait remarquer Grothendieck dans son ouvrage «**Récoltes et semailles**» où il estime que Bourbaki a peut-être «**gardé l'étincelle mais perdu l'innocence**».

Un membre du groupe, Cartier, en 1983, atteignant ses 50 ans, avait même proposé de dissoudre le groupe. Et dans son livre : «**Un mathématicien aux prises avec le siècle**», Laurent Schwartz n'hésite pas à dire : «**Je crois qu'aujourd'hui le travail de Bourbaki n'est plus aussi utile**».

Tous les mathématiciens s'accordent à reconnaître qu'en 2001 une entreprise à la Bourbaki ne se justifie plus par suite du développement foisonnant des mathématiques dans toutes les directions, de l'accroissement du nombre des chercheurs et aussi des articles publiés : 3 000 par an en 1950, 100 000 de nos jours. De 100 000 à 200 000 théorèmes sont proposés chaque année. Aucun groupe ne pourrait tout embrasser et tenter de traiter les mathématiques de manière unifiée, suivant la démarche première de Bourbaki.

Il faut aussi ajouter que les démarches intellectuelles des chercheurs se sont diversifiées. Le modèle bourbachique s'adapte mal ou pas du tout à des disciplines comme, par exemple, l'analyse numérique ou l'informatique théorique et de plus il ne permet pas de décrire les processus qui interviennent dans nombres de hautes technologies.

D'après Demazure, Bourbaki a, aussi, été victime d'une illusion fondamentale : celle de croire qu'il n'existe qu'un seul point de vue pour traiter une question mathématique, alors que plusieurs angles d'attaque sont toujours possibles. De même l'idéologie bourbachique qui fondait l'unicité des mathématiques sur une racine unique : la théorie des ensembles, a perdu de sa pertinence comme le pense Jean-Pierre Kahane, brillant mathématicien contemporain.

Si pendant la période active du groupe, la suprématie des méthodes algébriques abstraites était évidente, de nos jours le style des chercheurs a changé avec un retour vers le concret et vers plus de géométrie, ceci résultant essentiellement des interactions entre les diverses disciplines. Le pragmatisme tend à l'emporter sur la rigueur. C'est ainsi que certains chercheurs, surtout américains, voudraient que l'on puisse accepter un théorème vérifié avec une probabilité de 90 %, cette probabilité étant évaluée selon des critères bien définis.

A toutes ces éléments qui militent pour une fin programmée de Bourbaki nous opposerons cette déclaration d'Arnaud Beauville qui fut Bourbaki jusqu'en 1997 :

«**Je peux vous assurer que Bourbaki a en chantier des textes vraiment très intéressants qui apporteraient quelque chose**».

Néanmoins beaucoup de spécialistes pensent que l'âge d'or de Bourbaki correspondait au règne sans partage des mathématiques pures. Il apparaît aujourd'hui que d'autres secteurs de la discipline ont puissamment émergé, relevant, par exemple, des mathématiques appliquées.



### Le Bilan

Quoi qu'il en soit, le rôle particulièrement important de Bourbaki quant à l'évolution des mathématiques (ou de la mathématique) est apparu, nous semble-t-il, tout au long de notre exposé. Aussi ne ferons-nous qu'un rappel succinct des apports de ce groupe de mathématiciens à la communauté intellectuelle française et internationale, en mettant l'accent sur les principaux éléments de son bilan.

Sur le plan matériel Bourbaki laisse un traité de plus de sept mille pages qui a fait et qui fera toujours référence quel que soit l'avenir des mathématiques. A ce traité il convient d'ajouter une sorte d'encyclopédie de plus de dix mille pages issues du séminaire Bourbaki, qui s'enrichit, d'ailleurs tous les ans, et qui constitue une source d'informations sans équivalent.

Sur le plan plus abstrait des idées, Bourbaki se trouve à l'origine de ce qui est peut-être la plus profonde mutation de l'histoire des mathématiques, en renouvelant leur présentation et en rendant concepts et langage plus clairs et plus précis. Laurent Schwartz compare la classification mathématique de Bourbaki à celle, révolutionnaire, introduite par Linné, en 1758, dans la classification des êtres vivants.

Bourbaki, par son action et ses choix, a dynamisé certains secteurs de la discipline et orienté les mathématiques françaises de telle sorte qu'elles ont dominé, par exemple, la géométrie algébrique mondiale pendant longtemps. Par son action, Bourbaki a donc largement contribué à leur faire regagner la place qui était la leur, dans le monde, au début du vingtième siècle, c'est-à-dire parmi les toutes premières.

En dernier lieu il serait injuste de ne pas souligner l'influence très positive de Bourbaki sur les travaux personnels et l'évolution scientifique de ses propres membres. Aux dires de Cartan ou de Dieudonné il y eût, dans le groupe de départ, une sorte de fertilisation intellectuelle mutuelle par suite de la qualité des échanges entre personnalités d'une haute tenue intellectuelle et d'une vaste culture et, cela, pas seulement au plan mathématique.

Nous ne ferons qu'effleurer, ici, ce qu'on appelé les effets pervers de Bourbaki : dogmatisme rigide dans la présentation de la discipline, oubli systématique des secteurs mathématiques n'intéressant pas les membres du groupe, dédain affiché pour les problèmes liés à la crise des fondements, etc...

L'avis général est que, d'ores et déjà, la mission que s'était assignée le groupe Bourbaki est remplie. Elle a exigé, par le caractère collectif de son projet, abnégation et fidélité, et par la nature et l'ampleur mêmes de son oeuvre, talent, enthousiasme et courage de la part de ses membres.

L'entreprise des Bourbakis mérite largement l'admiration qu'elle a toujours suscitée. Nul doute qu'elle ne demeure un moment privilégié de la science française.



## Discussion

Avec ses remerciements, le président Sadoul salue un moment privilégié de l'histoire de la science française, surtout dans notre ville. Il pose une question et propose une réflexion en ces termes: «Vous avez dit que le groupe Bourbaki a été durant plusieurs décennies la plus grande école de mathématique du monde. Quel a été le rôle des prédécesseurs, des grands du début du XX<sup>ème</sup> siècle, qui enseignaient à Nancy ? A côté de cette question, un commentaire : la remise en question, au cours des réunions de l'équipe, du projet longuement formulé dont on a vérifié l'exactitude. Les participants remettaient sept à huit fois la rédaction en chantier, réduisant à quelques pages un mémoire d'une centaine de pages. Quelle leçon, pour les chercheurs d'aujourd'hui!».

Le conférencier rappelle la suprématie mathématique française en 1900 ; 1914 marque une rupture qui laisse les jeunes normaliens sans maîtres. Aussi cherchent-ils, en Allemagne, dans toute l'Europe, des idées nouvelles, tout en poursuivant leurs recherches. Certes il existe une filiation, mais le bourbakisme rompt avec le passé.

«On peut tout de même penser, remarque M. Rivail, que le groupe reconnaissait en Elie Cartan une figure tutélaire, ne serait-ce que par le fait que le séminaire de Nancy, qui a joué un rôle important dans l'animation du mouvement bourbakiste, a été appelé *séminaire Elie Cartan*».

Particulièrement intéressé par cette passionnante communication, M. Larcant note que l'histoire du groupe comporte une période obscure. Avant et pendant la guerre, il a usé de la loi sur les associations de 1901. Quant au canular de normaliens, il n'est apprécié que par la «maison».

Un élève se serait même présenté comme le général Bourbaki, et cela en compagnie du directeur de l'École ! La rupture avec les anciens -avec Poincaré?- se manifeste par la hargne contre la géométrie dans l'espace au sein du groupe : il faut «tuer le père». Notre confrère stigmatise ensuite le nominalisme, qui mène à une impasse et la réécriture qui n'a pas d'application vraie à la physique, à la chimie, à l'astronomie, à la différence des travaux de Poincaré. Philosophiquement, tout cela est réductionniste, totalitaire : toute vérité n'existe que démontrée. C'est une attitude anti-humaniste. M. Mainard ajoute en réponse que pour Chevalley, en aucun cas les mathématiques ne doivent avoir une influence sur le réel.

M. Demarolle place la discussion sur le plan pédagogique : «Quelles sont selon vous les causes de ce qui me paraît constituer un échec dans l'enseignement des mathématiques modernes à l'école élémentaire et au collège? Personnellement, j'ai été frappé de la lourdeur des formulations dans les manuels».

M. Fléchon note dans le même sens que les mathématiques modernes sont une méthodologie, mais que leur introduction dans l'enseignement secondaire fut une catastrophe, car on avait négligé la question de la maturité de l'esprit des élèves.

En plein accord avec ces deux intervenants, M. Mainard donne deux raisons à cet échec: des programmes mal pensés par des gens qui n'avaient pas assimilé le bourbakisme, des professeurs mal formés. Alors que M. Fléchon précise encore: «celui qui apprend a besoin de toucher», le conférencier déplore lui aussi l'abandon catastrophique de la géométrie à cette époque.

M. Bonnefont dit qu'il a été témoin de l'influence du groupe Bourbaki lors de son séjour à l'école normale supérieure (1954-1959), sous l'impulsion du caïman Benzécéri. Il a constaté alors deux choses : en premier lieu, le caractère volontairement ésotérique du groupe ; dans le recrutement du séminaire Cartan, il y avait une sorte de cooptation, les physiciens, les astronomes restaient à l'écart ; en deuxième lieu, le désir, très nouveau, à l'époque, de présenter les mathématiques à un vaste public: des conférences étaient organisées pour intéresser les philosophes et en général tous les spécialistes de sciences humaines; deux aspects surtout étaient mis en avant : la théorie des ensembles et la topologie.

Après que M. Mainard ait évoqué la situation du structuralisme, dans la même mouvance que le bourbakisme, le président lève la séance.

## Bibliographie

- ✎ BEAULIEU L. «Bourbaki. Une histoire du groupe de mathématiciens français et de ses travaux» (1934-1944). Thèse de Doctorat. Université de Montréal (1989)
- ✎ BERGAMINI D. «Les mathématiques», Le monde des sciences, collection Life, édition Time.
- ✎ BOREL A. «Twenty-five years with Nicolas Bourbaki, 1949-1973», Notices of the AMS, 45 (3), pp 373-380, mars 1998.
- ✎ BOURBAKI N. «l'architecture des mathématiques», dans F. Le Lionnais, Les grands courants de la pensée mathématique, éditions des Cahiers du Sud, 1948 (réimpression Rivages, 1986).
- ✎ BOURBAKI N. «Eléments d'histoire des mathématiques», collection Histoire de la pensée. Edition Herman, 1974.
- ✎ CARTAN H. «Nicolas Bourbaki and contemporary mathematics», The Mathematical Intelligencer, 2, pp. 175-180, 1980.
- ✎ CARTIER P. «Notes sur l'histoire et la philosophie des mathématiques. I. Vie et mort de Bourbaki. II. La création des noms mathématiques : l'exemple de Bourbaki. III. Le structuralisme en mathématiques : mythe ou réalité ?», prépublications de l'I.H.E.S., Août 1997/ Mars 1998/ Avril 1998.
- ✎ CHOUCHAN M. «Nicolas Bourbaki : Faits et Légendes». Editions du Choix 1995.
- ✎ COLETTE J.-P. «Histoire des Mathématiques», tome 2, édition du nouveau Pédagogique, 1978.
- ✎ CORRY L. «Modern algebra and the rise of mathematical structures», Birkhäuser, 1996.
- ✎ DELSARTE J. Discours de réception du prix «Cognac-Jay», 23 Février 1967. Archives Elie Cartan. Faculté des Sciences, Nancy.
- ✎ DIEUDONNÉ J. «Mathématiques vides et mathématiques significatives», dans Penser les mathématiques, Seuil, 1982.
- ✎ DIEUDONNÉ J. «Regards sur Bourbaki» Analele Universitatii Bucuresti, Mathematica-Mecanica, 18 (2), pp 13-25, 1969. Traduction anglaise : «The work of Nicolas Bourbaki», American Mathematical Monthly, 77, pp 134-145, 1976.
- ✎ DIEUDONNÉ J. «La genèse de la théorie des groupes», La Recherche n° 103, septembre 1979

- ☞ FRIEDMAN J. «L'origine et le développement de Bourbaki», Mémoire de diplôme de l'École Pratique des Hautes Etudes en Sciences Sociales, Paris, 1977.
- ☞ GUEDJ D. «Nicolas Bourbaki, mathématicien collectif, interview avec Claude Chevalley», *Dédales*, novembre 1981.
- ☞ LECLERCQ A et Creps M.B. «Le mouvement bourbachique», rapport d'études, ENSMIM, Nancy, 1995.
- ☞ SCHMIDT M. «Hommes de science : 28 portraits», Hermann, 1986.
- ☞ SCHWARTZ L. «Un mathématicien aux prises avec le siècle», Odile Jacob, 1997.
- ☞ SÉNÉCHAL M. «Interview avec Pierre Cartier», *The Mathematical Intelligencer*, 20 (1), pp 22-28, 1998.
- ☞ SÉNÉCHAL M. «André Weil (1906-1998)», *Gazette des Mathématiciens*, supplément au n° 80, avril 1999.
- ☞ WARUSFEL A. «Les mathématiques modernes», collection *Le rayon de la science*, éditions du Seuil, 1969.
- ☞ WEIL A. «Souvenirs d'apprentissage», Birkhäuser, 1991.
- ☞ Numéro spécial de *Pour la Science* «Les génies de la science : Bourbaki, une société secrète de mathématiciens».
- ☞ *Encyclopédie illustrée de la Lorraine, Histoire des Sciences et des Techniques : les Sciences exactes.*
- ☞ *Encyclopédie des Sciences, volume mathématique*, édition Grange Batelière.
- ☞ *Encyclopédie des sciences et des techniques*, édition Presses de la Cité, 1972.